TRATADO
DE PERSPECTIVA.
PARTE PRIMERA.

TRATADO

DE

PERSPECTIVA LINEAL,

DISPUESTO

PARA EL USO DE LOS DISCÍPULOS

DE LA REAL ACADEMIA

DE SAN FERNANDO,

Por

DON MANUEL RODRIGUEZ,

Académico de mérito y Director encargado de la enseñanza de esta ciencia en dicha Academia.

MADRID

POR IBARRA, IMPRESOR DE CÁMARA DE S. M.

1834.

PRÓLOGO.

Proporcionar á los que se dedican á las bellas Artes, bajo un reducido volúmen, una coleccion de reglas generales que aplicadas á los casos particulares que se les ocurran, les instruyan acerca del modo de trazar todos los objetos que necesitan en sus obras; tal es el fin que me he propuesto al escribir este tratado de Perspectiva, á instancias de algunos profesores que conocen la falta de una obra de esta clase, y para cuya composicion me he servido de las observaciones que tengo hechas y de los conocimientos adquiridos en quince años que llevo enseñando esta ciencia á jóvenes dedicados á las Artes.

Si consigo que mis tareas produzcan el fruto que apetecen los artistas, que desean un tratado sucinto que les facilite todos los conocimientos para el buen desempeño de sus obras, me servirá de una gran satisfaccion; y si no agradézcaseme al menos los buenos deseos que me animan en favor de los que se dedican á las bellas Artes, que, como llevo dicho, ha sido el principal objeto que me ha movido á componer y publicar esta obra.

La esperiencia me ha hecho conocer que debo advertir al que tome esta obra para estudiar por ella sin correccion de maestro, que haga las figuras mucho mayores de lo que están en las láminas; que no pasen á

estudiar un párrafo sin comprender bien los que le preceden; para esto pongo entre paréntesis en esta forma: (38) el número del párrafo donde queda esplicado el lugar donde está lo que falta, de modo que en el párrafo cincuenta se encuentra el número treinta y ocho entre paréntesis, que quiere decir que para hallar en la línea horizontal los puntos accidentales se ha de volver al párrafo 38, si no se tiene presente el modo de hacerlo. Sin embargo de que van indicadas como queda dicho las doctrinas ya esplicadas conviene retenerlas, pues de lo contrario se podrán tocar muchas dificultades habiendo de recurrir á lo que ya está pasado para vencerlas; ademas en cada egemplo no solo se ha de hacer el objeto que sirve para la esplicacion, sino que por medio de aquella regla ha de representar otros cuerpos diferentes.

No le basta observar los preceptos arriba dichos al que haya de estudiar por esta obra, sino se halla bien instruido en delinear geométricamente los órdenes de Arquitectura y en la Geometría práctica, pues de lo contrario deben creer que no se halla dispuesto para aprender la Perspectiva.

Para esplicar con toda propiedad los principios fundamentales del cono visual, he puesto la figura del globo del ojo de mayor tamaño que el natural, con el fin de que sus partes se perciban mejor. Esta figura la he trazado valiéndome de la esplicacion que hacen de él los autores de anatomía y fisiologia Lacaba y Richerad, de cuya doctrina he copiado algo en el fenómeno y mecanismo de la vision.

Despues de las primeras nociones esplico cuatro modos diferentes de plantear la operacion para representar los cuerpos aplicados todos á un mismo objeto, resultando de estas diferencias de la operacion cuatro reglas, de cada una de las cuales pongo un egemplo en otros tantos objetos distintos; despues sigo con la doctrina del modo de representar los cuerpos que se ofrecen á la vista en posicion inclinada, tratando tambien del modo de representarlos en las bóvedas vistas á nivel, concluyendo esta primera parte con las instrucciones para trazar los techos.

Si este primer ensayo de mis meditaciones y esperiencias mereciesen la aceptacion de los inteligentes, y consiguiese ademas con él, el aprovechamiento de los discípulos, entonces me apresuraré gustoso á ofrecer á la estudiosa juventud otro tratado de la Perspectiva aérea, que formará la segunda parte de esta obra.

INDICE

de las materias contenidas en esta primera parte.

Páginas.

ERRATAS.

PAG.	LIN.	DICE.	LEASE.
1	2	ella	ellas
3	2	desde o hasta o	desde o hasta o′
3	3	esfera o, c, o	esfera o c o′
28	33	á	*a*
31	7	cuadro	cuadrado
33	5	s g b, b h;	g b, b h;
41	19	línea m′ n	línea m′ n′
47	26	ab, cd,	a, b, c, d,
71	31	trazaron	trazan
72	5	trazaron	trazan
85	31	plano	plana
86	33	corta	cortan



I.

DE LA PERSPECTIVA

EN GENERAL.

1. Los que se han dedicado á las artes que tienen por objeto imitar con los diferentes materiales que en ella se emplean los cuerpos que son visibles, lo primero que han tenido que indagar ha sido los medios de hallar los contornos que presentan en las diferentes posiciones en que suelen hallarse los cuerpos que están espuestos á la vista. Tambien tuvieron que atender á los colores y á las variaciones que estos sufren segun se hallan mas ó menos lejanos; para cuya indagacion suponen un plano entre el objeto y el espectador, donde quedan señalados todos los puntos de los rayos de la luz que concurren al ojo desde las superficies de los mismos objetos, habiéndose valido para esto los artistas de la ciencia que han llamado perspectiva; de modo que *perspectiva es la ciencia de representar en una superficie los objetos segun se nos presentan á la vista.*

2. Los cuerpos expuestos á nuestra vista varian el perímetro ó contorno geométrico que tienen, y presentan otro aparente, el cual varia tambien al paso que los vemos mas ó menos distantes, mas altos ó mas bajos: la parte de la perspectiva que da las reglas para trazar estos contornos aparentes que presentan los cuerpos se llama *linear.*

3. Los cuerpos alumbrados por el sol, ó por otro cuerpo luminoso, se presentan á nuestra vista, parte de ellos en claro, y parte en obscuro ó sombra; cuando estos se presentan de cerca, percibimos clara y distintamente todos sus colores y sombras, mas por el contrario aparecen turbios y confusos cuando están muy distantes; llamándose perspectiva aërea á la parte que suministra medios para trazar sus

sombras y rebajar sus colores: trataremos ahora de la perspectiva linear y despues pasaremos á tratar de la aërea.

4. Los cuerpos que nos rodean no se presentan á un mismo tiempo á nuestra vista, pues si la dirigimos al frente no podremos distinguir los que se hallan á los lados ni á la espalda, por cuya razon es preciso contar con la estension que abrazamos de una sola mirada ó golpe de vista, y solo los cuerpos que se hallan en la estension de esta, son los que se pueden representar en un cuadro; asi, cuando tengamos que degradar varios cuerpos, ó uno de mucha estension, supondremos colocado al observador á tal distancia, que pueda verlos cómodamente sin necesidad de mover la vista.

5. A todos los cuerpos de la naturaleza que chocando en ellos la luz la reflejan, haciendo impresion en nuestra vista, los llamamos *objetos*.

De estos, unos son fluidos, y otros sólidos. Los fluidos son los que se dejan penetrar de otros cuerpos; como el agua, el aceite y demas líquidos. Los objetos fluidos se dividen en sutiles, densos y raros; sútil como el fuego, denso como el agua, y raro como el aire. Los objetos sólidos se dividen en opacos y transparentes; el opaco es el que no se deja penetrar de la luz, como la tierra, la madera, la piedra &c. El transparente es el que se deja penetrar de la luz, como el cristal, la concha &c. Pero aunque estos dan paso á la luz, no es totalmente porque hay algunos rayos á quienes no se la dan, y son reflejados, por los cuales se nos hacen visibles. Siendo la impresion que los objetos hacen en la vista el orígen de los principios fundamentales de la perspectiva, nos ha parecido de suma importancia dar aqui una esplicacion del fenómeno y mecanismo de la vision, y juntamente del globo del ojo, representándole en una figura de tamaño algo mayor que el natural, para poderle manifestar con mas amplitud.

GLOBO DEL OJO.

6. *(Fig. 1.ª)** A representa el globo del ojo dada una

* Esta figura se ha hecho arreglándonos á la esplicacion que hacen del globo del ojo La Caba y Richerand.

seccion horizontal en él; es esférico, pero está algo aplanado por la parte anterior desde *o*, hasta *o*, en donde se encaja un segmento de esfera *o*, *c*, *o*, menor que la del globo que se llama *córnea* por ser una membrana transparente compuesta de capas como las del cuerno. Por la parte de atrás está unido el globo al *nervio óptico h*, el cual se introduce hasta el interior. El ojo se compone de varias túnicas ó membranas; la esterior *a* por su blancura y dureza, se llama *esclerotica*, y envuelve todo el globo; tiene dos agujeros; el uno por donde se introduce el nervio óptico, y el otro donde está encajada la córnea. La segunda túnica *b* se llama *coroidea*; su superficie interior está cubierta de un barniz negro, que sirve de tapiz á la esclerotica; las dos están unidas por un tejido celular muy flojo, y cuyo tinte negruzco absorve los rayos que atraviesan la retina delgada y diáfana. La tercera túnica *g* se llama *retina*, por semejarse á una red; es la espansion pulposa del nervio óptico, membrana nerviosa exclusivamente propia para sentir la impresion de los rayos luminosos refractados por la máquina de dióptrica que viene á componer el globo del ojo. Desde *n* hasta *n* hay un tabique circular llamado *íris*, colocado verticalmente, membranoso, compuesto de varias estrias serpentinas que degradan bácia su centro, y está atravesado de una abertura tambien circular llamada *pupila*. En B que es el ojo visto de frente, se representa mas claramente el íris señalado con la letra d' y la abertura circular p' que es la pupila.

El íris nace de un anillo circular que forma la *coroidea*, una línea antes de llegar á la córnea y la sirve de subtensa; este anillo *n* se llama *círculo ciliar*. El cuerpo *f* en A se llama *cristalino*; es un lente transparente compuesto de dos segmentos de esfera desiguales; el interior mas convexo que el esterior, y tiene cerca de dos líneas de grueso en su centro. La cara posterior del íris está cubierta de un tinte negruzco, y lleva el nombre de *ubea*. Las dos cámaras *m*, *s*, que están entre la córnea y el íris, y entre este y el cristalino, se hallan ocupadas del humor *acuoso*; y en el espacio *q*, que hay entre el cristalino y la retina, se halla el humor *vítreo*, encerrado en otra membrana *i*, llamada *hyaloidea*.

7. Los rayos luminosos que parten de cada uno de los puntos e, e', e'', del objeto que miramos, forman los conos $r\ e\ u$, $r'\ e'\ u'$, $r''\ e''\ u''$, cuyos vértices se hallan en los puntos e, e', e'', del objeto, y sus bases en las porciones $r\ u$, $r'\ u'$, $r''\ u''$, de la córnea. Todos los rayos demasiado divergentes como $e'\ x$, $e'\ z$, que caen fuera de la superficie de la córnea, sobre las cejas, los párpados y la esclerótica, se pierden para la vision. Los que hieren el espejo del ojo, le atraviesan, experimentando una refraccion proporcionada á la convexidad y densidad de esta membrana, mucho mayor que la de la atmósfera. Acercándose á los ejes $e\ t$, $e'\ t'$, $e''\ t''$, atraviesan el humor acuoso de la cámara m, menos denso que la córnea, y encuentran la membrana íris; todos los que caen sobre esta membrana, como los rayos $e'\ n$, $e'\ n'$, son reflejados y manifiestan su color diferente de negros, pardos y azules en diversas naciones é individuos; y esto depende de la testura orgánica, y de la disposicion particular y singularmente diversa de los nervios, de los vasos, y del tejido celular que entran en su estructura.

Solo los mas centrales y que se hallan comprendidos entre los rayos $r\ u$, $r'\ u'$, $r''\ u''$, $r'''\ u'''$, atraviesan la pupila, y sirven para ver. De estos entrarán mas ó menos por dicha abertura segun que esté mas ó menos dilatada, porque la pupila se ensancha ó se estrecha mas por la contraccion ó espansion del íris.

Los movimientos de esta membrana dependen enteramente del modo con que la luz afecta la retina; el íris por sí, es insensible á la impresion de los rayos luminosos. Cuando la retina es herida desagradablemente por el resplandor de una luz demasiado viva, hace contraer la pupila para no dejar pasar mas que un corto número de rayos, y se dilata esta por el contrario cuando estamos en la obscuridad, á fin de admitir bastantes para que hagan suficiente impresion en la retina.

Los rayos á que ha dado paso la pupila atraviesan el humor acuoso de la cámara s, y encuentran al instante el cristalino que los refracta poderosamente en razon de su densidad y de su forma lenticular, acercándose á los eges $e\ t$,

$e' t'$, $e'' t''$, como se observa en kl, en cuya direccion se propagan hasta la retina atravesando el humor vítreo menos denso, y que conserva sin aumento el efecto de refraccion producido por la lente cristalina. Los rayos reunidos en un manojo único, hieren un solo punto de la retina, y producen la impresion que nos da la idea de ciertas propiedades del cuerpo que los refleja.

8. Como la retina abraza el cuerpo vítreo, presenta una snperficie muy estensa al contacto de los rayos, lo cual hace que podamos ver á un tiempo un gran número de objetos diversamente situados con relacion á nosotros, aunque estos objetos ó nosotros mudemos de lugar y de relaciones, siempre que se hallen dentro del cono visual, del que se tratará despues. Los rayos luminosos refractados por las partes transparentes del ojo, representan, pues, en el interior mismo de este órgano un cono, cuya base corresponde á la córnea, y se apoya en la de la pirámide luminosa esterior, mientras que su vértice se halla sobre un punto cualquiera de la retina.

Por algunos que han observado el mecanismo de la vision se ha dicho, que cambiándose los conos luminosos al entrar por el ojo, hacen la impresion inversa en la retina; y por consiguiente deberiamos ver los objetos trastornados; pero como este no es asunto para tratarle aqui detenidamente, pues solo se da una idea de la vision, para sentar sobre ella los principios fundamentales de la perspectiva, remitimos al que quiera instruirse de este fenómeno á los varios autores que tratan del particular, contentándonos únicamente con citar á Berkeley que dice no es necesario el tacto para rectificar el error en que deberia inducirnos la vista, porque como referimos todas nuestras sensaciones á nosotros mismos, la rectitud del objeto solo es relativa, y su inversion exîste realmente en el fondo del ojo.

9. Enterados, pues, del mecanismo de la vision, nos será facil concebir la distinta idea del cono visual, habiendo sido hasta aqui la falta de su exacto conocimiento la causa de los errores cometidos en la perspectiva; y asi vemos representados en algunas obras los edificios cayéndose, los suelos elevándose que parecen cuesta arriba; los ángulos rectos

agudos; y en fin, todos los contornos de los objetos adquieren un aspecto deforme, siendo asi que las reglas que han empleado para hacerlas, hubieran dado buenos resultados si hubiesen entendido bien el modo de colocar el punto de la distancia.

DEL CONO VISUAL.

10. Considerando á las pirámides luminosas que vienen al ojo desde todos los puntos del objeto que miramos, como si fuesen cada una, una sola línea, á esta línea ó eje de la pirámide es á la que se le llama *rayo visual.* El conjunto de todos los rayos visuales que concurren al ojo desde todos los puntos de los objetos, forman un cono, cuyo vértice se halla en la pupila, en el punto *p (fig. 1.ª)* donde los ejes de todas las pirámides luminosas que entran en el ojo, se cruzan, mientras su base se apoya en los puntos e, e', e'', de los objetos. El conjunto de todas las pirámides luminosas que concurren al ojo desde todos los puntos de los objetos que miramos, formarán un cono, porque los rayos visuales que concurren de los puntos estremos de la porcion que abraza nuestra vista de una sola mirada, compondrán una circunferencia estando todos los puntos de donde proceden á igual distancia de aquel adonde la dirijimos; por ejemplo, si dirijimos la vista horizontalmente á un punto en un plano que esté en posicion vertical, siendo perpendicular á él el eje del cono visual, y estando situados á una distancia tal que de una sola mirada no podamos ver los estremos de dicho plano, entonces solo veremos una porcion de él, y el punto donde dirigimos la vista estará en el centro de la porcion que vemos, y será el ege del cono; todos los puntos que sirven de término á la vista, estarán á igual distancia del punto donde la dirijimos, y formarán una circunferencia: de aqui se sigue, que como de todos los puntos del objeto vienen al ojo rayos visuales de los que concurren del perímetro del círculo, que sirven de término á la vista, formarán un cono que tendrá su cúspide en el ojo, y su base en el plano, de modo que el cono visual no es otra cosa que *la reunion de todas las pirámides luminosas que parten desde todos los puntos de*

los objetos que miramos, cruzándose en el centro de la pupila.

11. De la abertura del ángulo de la cúspide del cono, inferiremos á qué distancia hemos de estar para que quepa de una mirada el objeto que se haya de representar en un cuadro, ya sea una sola parte, ya entero, ó muchos á un tiempo; pues si nos hubiesemos colocado á mas distancia del plano que llevamos dicho desde los puntos de los objetos que le rodearan, hùbieran concurrido á la vista rayos visuales, habiéndose prolongado los lados del cono, y por consiguiente hubiera sido mucho mayor el círculo de su base, sin que por eso hubiese variado el ángulo que formarian en el ojo del espectador, y en este caso ya se podia ver todo el plano, y los demas objetos que le rodearan y estuviesen comprendidos en la base del cono. Determinaremos los grados que debe tener el ángulo de la cúspide del cono visual, para que se perciban cómodamente los objetos que se hayan dè representar, y de ella inferiremos la distancia á que debemos colocarnos segun la estension que tengan.

12. Observemos una propiedad de los conos luminosos; y es, que solo entran por la pupila el ege y los rayos mas inmediatos á él, porque los mas divergentes tocando en las demas partes que circundan la pupila, no sirven para la vision; por lo que, el cono luminoso, cuyo vértice esté en tal situacion que entren por la pupila mayor número de sus rayos, este será el que se verá mas claro; luego los puntos del objeto que se hallen mas cerca del eje del cono visual por estar mas próximos á la perpendicular, pasarán por la pupila mas de sus rayos, y por consiguiente se verán mas distintamente; y aquellos que se hallan mas separados del eje del cono visual como e''' (*fig.* 1.ª) por estar mas oblicuos, pasarán menos de sus rayos por el círculo de la pupila, pues la pirámide $r''' e''' u'''$ tiene su ángulo en e''' menor què e' y su base $r''' u'''$ en la córnea menor que $r' u'$ siendo asi que las dos entran ajustadas por una misma abertura, solo con la diferencia de entrar la una perpendicular, y la otra oblicua. El ángulo de la cúspide de la pirámide interior $r''' t''' u'''$ es tambien menor que el de la $r' t', u'$, pues está en la misma oblicuidad con la pupila que la esterior. Por

otra parte, los filamentos de que se compone la retina, se adelgazan al paso que se van alejando del nervio óptico, que es donde tienen su orígen, y tanto menor será la sensacion que reciba, cuanto mas separados estén de aquel; de suerte, que hay dos razones para que los puntos cuanto mas distantes estén del ege del cono visual, se vean mas confusos; la primera, porque la pirámide que entre mas oblicua por una misma abertura, será de menor base que la que entre perpendicular; y la segunda porque la pirámide luminosa que haga la impresion en los puntos de la retina que estén mas distantes del nervio óptico, será mas debilitada, por ser alli los filamentos mas delgados. Por cuyas razones no se debe dar mucha abertura al ángulo de la cúspide del cono visual; y asi, usarémos el de sesenta grados para el mayor, pues segun veremos en la práctica, dándole mayor abertura, se altera la imágen de los objetos.

Observemos tambien que los rayos luminosos que vienen de los puntos de los objetos que se hallan á mucha distancia, por ser divergentes ha de ser menor el número de ellos que entre por la pupila, que de los que están mas cerca, pues llegan mas reunidos; y esta es la causa de que veamos aquellos mas confusos; por lo que no deberemos representar los objetos vistos á mucha distancia, pues seria de poca elegancia trazar en un cuadro todos los objetos pequeños, faltando el término de comparacion, no habiendo unos cerca y otros lejos; y así nos serviremos para el menor ángulo en la cúspide del cono del de 50° poco mas ó menos, y entre este y el de 60° se podrá tomar indistintamente el que mas convenga, segun lo mas ó menos grandiosos que se quiera que hagan los objetos de primer término en el cuadro.

II.

DE LAS PROYECCIONES

GEOMÉTRICAS.

13. Antes de dar á conocer las líneas perspectivas esplicaremos el modo con que se representan exâctamente sobre dos planos todos los puntos de un objeto, determinando en ellos su forma geométricamente, por cuyo medio se consigue representar el contorno real de los objetos que exîsten, y tambien de los que se concibe puedan exîstir, sea cual fuere la posicion respectiva de ellos con relacion á los planos.

14. *(Fig. 2.ª)* Si de todos los puntos de un objeto A que se halla en posicion vertical llevamos las líneas perpendiculares como $a\ a'$, $a\ a''$, á dos planos uno horizontal y otro vertical, resultará que en el plano horizontal B C D F tendremos los puntos a', b', f', g', que son las imágenes de los puntos a, b, f, g, del objeto A; las líneas $a'\ b'$, $b'\ f'$, $f'\ g'$, $g'\ a'$, determinan el cuadrado igual al superior del objeto. Como este está colocado en posicion vertical, los puntos d, c, i, h, están á plomo de los a, b, f, g, y por consiguiente sus imágenes d', c', i', h', están confundidas en el plano horizontal con los puntos a', b', f', g', y juntamente el cuadrado que componen las líneas $d'\ c'$, $c'\ i'$, $i'\ h'$, $h'\ d'$, que es igual al cuadrado inferior $d\ c\ i\ h$ del objeto A. Las imágenes de todos los puntos de la línea $b\ c$, del objeto están confundidas en un solo punto b', del plano: las de la línea $a\ d$, en a': las de la $g\ h$, en g': y las de la $f\ i$ en f': luego en el cuadrado $a'\ b'\ f'\ g'$ del plano se halla toda la imagen del cubo A.

Esta imágen del cubo es lo que se entiende por proyeccion; y por estar representada en un plano á nivel, se llama *proyeccion horizontal.*

Las líneas $a\ a''$, $b\ b''$, $c\ c''$, $d\ d''$, llevadas perpendicularmente al plano vertical H E D C, representan en los puntos a'', b'', c'', d'', los a, b, c, d, del objeto A. Las líneas $a''\ b''$,

$b'' c''$, $c'' d''$, $d'' a''$, determinan en el plano el cuadrado $a'' b'' c'' d''$ igual al cuadrado *a b c d* del objeto. Las imágenes de los puntos *f*, *g*, *h*, *i*, se hallan confundidas en el plano con los puntos a'', b'', c'', d'', por haber pasado por ellos las líneas que se han llevado perpendicularmente al plano desde los puntos *a*, *b*, *c*, *d*, del objeto. Finalmente las imágenes de todos los puntos de las líneas *a g*, *b f*, *c i*, y *d h*, del objeto se hallan tambien en los puntos *a*, *b*, *c*, *d*, del plano, siendo estos los ángulos del cuadrado $a'' b'' c'' d''$ donde se halla proyectada toda la imágen del cubo A, la que por estar en un plano á plomo se llama *proyeccion vertical.* La C D se llama la línea de interseccion de los dos planos.

15. Con la proyeccion horizontal y vertical de un objeto situado á plomo se determina su dimension, forma y posicion geométricamente; porque las imágenes de todos los puntos de las líneas verticales se hallan confundidas en uno solo en proyeccion horizontal; y en el plano vertical estas imágenes se representan sin confundirse, hallándose las líneas en toda su longitud; y al contrario las horizontales se confunden en un solo punto en la proyeccion vertical, y estas líneas se representan con toda su longitud en la horizontal, de modo que con solo dos superficies se determinan las tres dimensiones de longitud, latitud y profundidad de un sólido. Si observamos las líneas *b c*, y *f i*, del objeto A que se hallan confundidas en la proyeccion horizontal en los puntos b', f', veremos cómo al mismo tiempo en la vertical se representan con toda su longitud en la línea $b'' c''$, la cual está confundida con $f'' i''$, pues en esta proyeccion se confunden en una misma línea las *b c*, y *f i* del objeto, siendo asi que en la proyeccion horizontal donde sus imágenes son un solo punto, está determinada la distancia que hay de una á otra por la línea $b' f'$, y lo mismo se verifica en todas las demas líneas del objeto. Luego con las dos proyecciones hay lo suficiente para conocer un objeto con todas sus dimensiones, aunque no le tengamos presente; con cuyo auxîlio vamos á facilitar el poder representar como vistos, objetos que no exîsten.

16. (*Fig.* 3.ª) Las imágenes de todos los puntos de un objeto B que esté inclinado con respecto á los planos, se hallan tambien, por líneas perpendiculares á los mismos planos,

como las $b\,b'$, $b\,b''$, &c. En el plano horizontal las líneas a' b', b' c', c' d', d' a', representan la proyeccion del cuadrado $a\,b\,c\,d$, y no se confunden unos con otros sus puntos, ni tampoco representan la verdadera longitud de dichas líneas, pues que la línea $b\ c$, es mas larga que su proyeccion b' c'; la línea $c\ d$ es tambien mas larga que la c' d', lo cual sucede con todas las demas. Lo mismo que observamos en la proyeccion horizontal, vemos en la vertical, pues ni se confunden los puntos, ni dan su verdadera dimension las líneas. Luego las proyecciones de los cuerpos inclinados nos dan á conocer la forma y posicion del objeto, pero no su dimension; mas la geometría descriptiva suministra reglas con las cuales, dadas las proyecciones de una línea, se encuentra la longitud de aquella que representan.

17. Nos abstenemos de dar aquí la parte de doctrina que se refiere á esto en la geometría descriptiva, por estar con tanta estension esplicada en los autores que tratan de ella, y porque de esplicarla aquí, nos estraviaria demasiado de nuestro intento; y si hemos manifestado lo que son proyecciones geométricas ha sido porque nos han de auxîliar para hallar la proyeccion escenográfica, pues así como la geometría descriptiva suministra reglas para que dada la proyeccion de una línea se halle su verdadera longitud; al contrario con el auxîlio de la perspectiva dada la proyeccion geométrica, se encuentra la escenográfica.

18. Como entre los que se dedican al estudio de la perspectiva hay algunos que están ya acostumbrados á delinear plantas y alzados de los objetos, y no suelen conocer la geometría descriptiva, nos parece ser del caso manifestar la conexìon que hay entre las proyecciones y las plantas ó alzados.

Por planta se entiende en la arquitectura la parte inferior de un edificio, desde una seccion que se supone dada por encima de las basas ó á la flor de la tierra, egecutada en un plano horizontal, no representándose en ella la parte del objeto que está sobre la seccion supuesta: y por proyeccion horizontal se entiende cuando en el plano está representado el objeto con todas sus partes; siendo una y otra proyecciones horizontales, con solo la diferencia de que en la una no se representa mas que una parte del

objeto, mientras que en la otra se representan del todo.

Por alzados se entienden las fachadas, costados y cortes de los edificios, representados en los planos verticales, no trazando en ellos las partes que se ocultan, por anteponerse otras de mayor relieve; teniéndose por proyecciones verticales aquellas en que se representan en el plano las partes vistas y ocultas, como en las horizontales.

Sin embargo de la diferencia que acabamos de observar entre las proyecciones y las plantas ó alzados, usaremos de unas y otras voces sin faltar á la propiedad, para hacernos entender mejor de aquellos que no están familiarizados con el sistema de las proyecciones, el que con todo rigor deberiamos seguir.

III.

SECCION DEL CONO VISUAL.

19. Supongamos una superficie plana diáfana ó transparente colocada verticalmente entre el objeto y el espectador; todos los rayos visuales al pasar por ella proyectarán el punto del objeto á que pertenece cada uno, y el conjunto de todos ellos marcarán en la superficie la imágen aparente que la realidad del objeto imprime en nuestra vista.

20. La posicion del plano ó superficie ha de estar colocada verticalmente, exceptuando en los techos, que ha de ser horizontal; la posicion del eje del cono visual ha de ser horizontal, y por el contrario en los techos que será vertical; de suerte, que el plano ha de ser siempre perpendicular al eje, y dará una seccion recta en el cono, y á los puntos trazados en esta es á lo que llamamos *proyeccion escenográfica.*

La seccion se considera dada en el sitio desde el cual se quiere empiecen á verse los objetos; pues solo los que están á la parte opuesta de ella con respecto al espectador, son los que se pueden representar en un cuadro; y los que se hallen entre el espectador y la seccion no pueden representarse.

21. El tamaño del cuadro de cualquier figura que sea,

ha de estar inscripto en la base del cono, en el sitio donde suponemos dada la seccion; pero esta se puede considerar dada mas ó menos cerca del espectador, con arreglo al tamaño que haya de tener el cuadro; y si fuese este mas ancho que alto, ó al contrario, la parte mayor determinará la base del cono.

Si se tuviese que representar un pavimento solado, una marina, ú otra vista en que los objetos de que conste tengan menos altura que el punto donde dirijimos la vista, en este caso el cuadro se inscribirá en la semi-base inferior del cono, porque el punto donde la dirijimos es su eje, está en el centro de la base, y siendo los objetos de inferior altura, se hallan comprendidas sus imágenes debajo del eje del cono; al contrario se debe practicar cuando los objetos están situados en alturas que dominan el eje visual, pues entonces el cuadro se ha de inscribir en la semi-base superior, de suerte que el eje venga á estar en la parte inferior del cuadro; y así segun los casos se ocupará con el cuadro toda la base del cono, los dos tercios, la mitad, ó la porcion que se necesite, segun la situacion en que esten los objetos que tengamos que representar; todo esto depende exclusivamente del modo de colocarnos á verlos, y de aquí proviene el que las obras tengan mas ó menos efecto y elegancia.

De la posicion de los objetos.

22. Los objetos se hallan colocados generalmente en posicion vertical, de modo que sus fachadas ó lados caen perpendicularmente sobre la tierra, mientras sus bases están en posicion horizontal; pero algunas veces se hallan fuera de su plomo, de manera que sus lados no son verticales ni sus bases horizontales, y así diremos de aquellos que están colocados en posicion *vertical*, y de estos en posicion *inclinada*. Con respecto al plano de proyeccion ó al modo de situarnos á verlos, se presentan los objetos á nuestra vista de tres modos: 1.° cuando una de sus fachadas es paralela á la seccion, los costados que forman ángulos rectos con aquella, son perpendiculares á la seccion y las diagonales de sus bases están formando ángulo de 45° con esta, es cuando decimos que los objetos están vistos de *punto de medio.* 2.° Cuan-

do sus lados forman ángulos de 45° con la seccion, y las diagonales del cuadrado de su base son perpendiculares á ella, entonces decimos que están *vistos de ángulo.* 3.° Cuando ninguno de sus lados es paralelo ni perpendicular á la seccion, ni las diagonales del cuadrado de su base forman ángulos de 45° ni son perpendiculares á ella; es cuando decimos que el objeto está *movido ó fuera de ángulo.* En todos estos diferentes modos de ver los objetos, tendremos presente que es igual que el eje del cono pase por ellos ó los deje á uno de sus lados; siempre que se hallen dentro del cono visual, lo que hace que podamos representar á un mismo tiempo en un cuadro muchos objetos colocados de los tres modos indicados.

IV.

DE LAS LÍNEAS

PERSPECTIVAS.

23. Para dar á conocer las líneas perspectivas, lo haremos en una figura que manifiesta la vista de un modelo en que se halla el espectador mirando un objeto, y representado el cono visual, dada la seccion en él, el cuadro inscripto en esta, proyectados en el cuadro los puntos que los rayos visuales que parten desde los del objeto concurriendo al ojo del espectador, dejan impresa en la seccion la imágen del objeto. Sea *a b c d f g h i*, *(fig. 4.ª)* un objeto cuadrado, E el punto donde está el ojo del espectador, las líneas ME, NE, RE, OE, PE, QE, visuales que concurren de los objetos que se hallan fuera del cuadro ó del espacio, al ojo, y forman en él un ángulo de sesenta grados; y estas mismas visuales componen los lados del cono: la línea EV es una visual horizontal equidistante de todas las que forman el cono, y por lo mismo es su eje; MNROP, seccion recta dada en el cono entre el objeto y el espectador, y al mismo tiempo le sirve de base: el plano *n k l m*, represen-

ta el cuadro inscripto en la base del cono; la línea inferior del cuadro *m n*, es la que se llama línea de la tierra, la *x z*, es la línea horizontal; representa el último término de la vista, y es paralela á la línea de la tierra: la línea V U, es la que llamamos altura del horizonte, que es siempre igual á la altura á que está el ojo del espectador de la superficie de la tierra ó plano horizontal: el *punto* V es el de la *vista* donde la dirigimos perpendicularmente en el cuadro; tambien se llama el *punto principal* de la perspectiva, porque este determina la altura del horizonte, que ha de pasar siempre por él, y tambien el eje del cono visual, y el lugar que ocupa el objeto en el cuadro; pues todo depende de la colocacion del punto de vista, y variando este, se varía el cono, y juntamente todas las líneas perspectivas. La línea A E, es la altura á que está el ojo del espectador de la superficie del plano horizontal ó de la tierra, la cual se llama altura del punto de la distancia; la línea E V, es igual y paralela á la A U, y las dos sirven para medir la distancia que hay entre el cuadro y el espectador; la línea U X, es la línea vertical que ha de pasar precisamente por el punto de la vista.

24. Las visuales *a* E, *b* E, *c* E, *d* E, que vienen de los ángulos de la base del objeto al ojo del espectador se cortan por la seccion en los puntos *a'*, *b'*, *c'*, *d'*, y al mismo tiempo proyectan en el cuadro los ángulos correspondientes á los de la base del objeto; las líneas *a' b'*, *b' c'*, *c' d'*, *d' a'*, representan en él la base del objeto en perspectiva. Las *f* E, *g* E, *h* E, *i* E, cortadas por la seccion, proyectan los puntos *f'*, *g'*, *h'*, *i'*, y representan en el cuadro los ángulos del cuadrado superior del objeto; las líneas *f' g'*, *g' h'*, *h' i'*, *i' f'*, trazadas desde uno á otro de sus ángulos forman dicho cuadrado; las líneas *a' f'*, *b' g'*, *c' h'*, *d i'*, tiradas desde los ángulos inferiores á los superieres representan, pues, el sólido en perspectiva.

25. Llevamos dicho que los objetos, cuyas fachadas sean paralelas á la seccion, sus costados perpendiculares, y las diagonales de los cuadrados de sus bases á 45° con la misma, son vistos de punto de medio; en el presente concurren estas circunstancias, y por consiguiente está visto de este modo. Observemos una propiedad que se verifica en

todos los objetos vistos de punto de medio; si prolongamos las líneas $a' b'$, $c' d'$, $f' g'$, $h' i'$, que forman los costados de los cuadrados horizontales del sólido en perspectiva, hasta encontrar la línea horizontal; sus prolongaciones tocarán todas en un mismo punto de ella, que será precisamente en el de vista. Si prolongamos las diagonales $a' c'$, $f' h'$, encuentran la horizontal en un mismo punto D fuera del cuadro. Finalmente, si prolongamos las diagonales $d' b'$, $i' g'$, se encuentran en la prolongacion de la línea horizontal en un mismo punto C que está á igual distancia del punto de vista que D, y es igual tambien á la que está del mismo punto, el punto E, que es la distancia á que se halla colocado del cuadro el espectador, de modo que los puntos donde concurren las diagonales de los cuadrados y el punto donde se halla el ojo del espectador, están á nivel y equidistantes del punto principal V * de esta propiedad sacarémos despues consecuencias que nos facilitarán nuestras operaciones.

26. Por ser convergentes los rayos visuales, y suponerse la seccion dada entre el objeto y el espectador, es consecuencia precisa que los objetos en perspectiva se representen de menor tamaño en el cuadro que el que tienen en real; por eso vemos que la línea $a' d'$ del objeto representado es menor que la a, d, del mismo en real, y lo propio se observa en todas las demas que componen el cubo con proporcion á sus distancias. Esta diminucion que precisamente han de sufrir los objetos en perspectiva, es lo que llamamos *degradar*, resultando mas degradados aquellos que se hallan mas distantes del espectador; así el cuadrado $b' g' h' c'$, está mas degradado que el cuadrado $a' f' i' d'$, sin embargo de ser imágenes de los cuadrados iguales $b\,g\,h\,c$, $a\,f\,i\,d$.

27. Observemos que el cuadrado horizontal $a' b' c' d'$, que sirve de base al objeto en perspectiva, tiene diferente contorno, y presenta mas superficie que el cuadrado superior f', $g' h' i'$, sin embargo de ser las imágenes de los cuadrados $a\,b\,c\,d$, $f\,g\,h\,i$, del objeto, que son paralelos, iguales, y

* La igualdad de distancias que aqui se citan entre los puntos C D y el de vista, aunque en real es asi, como lo veremos mas adelante, en la figura presente están desiguales porque sufren la degradacion que ocasiona en ellos la perspectiva.

están á la misma distancia del espectador; pero se halla mas cerca el uno que el otro del eje del cono visual, y esta es la causa de que varien sus contornos, y de que presenten mayor superficie el uno que el otro; siendo de notar, que los lados que disminuyen mas en el que se halla próxîmo al eje, son los perpendiculares á la seccion. A esta variacion de contornos que sufren los objetos por hallarse situados mas ó menos distantes del eje del cono, es á lo que llamamos *escorzo*; de suerte que el cuadrado f' g' h' i', está mas escorzado que el cuadrado a' b' c' d', sin embargo de que la línea f' i', es igual á la a' d', y la g' h', igual á la b' c', pues son imágenes de líneas del objeto que se hallan á igual distancia del espectador: la línea f' g', es menor que la a' b' y la línea i' h' menor que la d' c', estando en el objeto á igual distancia del espectador, pero mas cerca cada una que su correspondiente al eje del cono visual; por cuya razon el cuadrado f' g' h' i', está mas escorzado que el cuadrado a' b' c' d'.

28. La línea a d de la base del objeto geométrico que está tocando en la tierra ó plano horizontal, está representada en el cuadro por la línea a' d', que no toca en la línea de la tierra, siendo asi que representa la línea de la base del objeto que sirve de interseccion entre este y el plano horizontal sobre que insiste; la altura t a', ó $\tilde{n}$ d' en que está la línea a' d' de la de la tierra en el cuadro, representa el espacio que hay entre la seccion y la línea que representa; y asi, la línea t a' representa en el cuadro el espacio t a, que hay en el plano horizontal desde el punto t de la seccion, hasta el punto a del objeto.

29. La parte de cono que hay por debajo de la línea inferior del cuadro, hace visible al espectador una porcion del plano horizontal que es la superficie que hay entre la línea de la tierra y la curva n Q m; los objetos que se eleven sobre esta superficie, por estar entre el espectador y la seccion, no se pueden representar en el cuadro, aun cuando las alturas de ellos estén en la direccion recta de los rayos visuales que pasan por el cuadro; porque las visuales de los puntos de los objetos que estuviesen en este sitio, para que tocasen en la seccion era preciso prolongarlas mas allá del objeto, y por concurrir al ojo serian divergentes en la

seccion, y representarian los objetos de un aspecto deforme, ocasionando un efecto desagradable; y ademas se hallarian á un mismo tiempo en el cuadro unos objetos degradados mientras otros habian aumentado su tamaño.

V.

DE LAS PARALELAS

EN PERSPECTIVA.

30. Cuando paseamos por calles de árboles ó de ciudad hallándose equidistantes los edificios ó árboles que las componen, parece que por el estremo opuesto del que ocupamos se hallan mas cerca los objetos unos de otros, de lo que realmente están. Los suelos y los techos de las piezas de mucha longitud en los edificios aparecen lo mismo; y así, cuando vemos un salon ó un claustro, creemos que por la parte opuesta es menor su altura y ancho, que por donde nos hallamos; de suerte, que si hubiese un claustro de estremada longitud, y que tuviese sin cerrar el uno de sus estremos, situándose en el otro, la luz que se viese por el que estaba abierto pareceria tan pequeña como un punto. Este efecto de la vision en los sitios de mucha longitud lo veremos demostrado en las siguientes figuras.

Sea A y B (*fig.* 5.ª) las proyecciones, ó sea planta y alzado de cuatro planos paralelos entre sí; dos verticales, y dos horizontales, á los cuales suponemos infinitamente largos, y de modo que entre los cuatro hay un espacio dentro del cual se halla colocado un observador hácia uno de sus estremos. En la proyeccion horizontal A está el espectador en *e* equidistante de los planos verticales, cuyas proyecciones son *a g*, *b f*. En la proyeccion vertical B se halla el ojo del espectador en E sobre la línea K F á la altura E K; las proyecciones de la seccion que suponemos dada en el cono visual, son las líneas *h k*, I O; los lados del cono son las *h e*, *k e*, y su ángulo en *e* de 60°. Las

líneas I E, O E, son los lados del cono en el alzado, cuyo ángulo en E es igualmente de 60°. Tómese un radio de la base del cono por egemplo V I, y con él trácese el círculo *h' i' k' o'* y los dos diámetros *h' k'*, *i' o'*, uno horizontal, y otro vertical. Se toma en A la abertura *v b* igual á *v a*, y se lleva al círculo sobre el diámetro horizontal desde *v'* como centro, y que ha de servir de punto de vista á uno y otro lado en los puntos *m*, *n*, por los cuales se trazan las verticales *a' e'*, *b' l'*; estas serán los lados del cuadro. Se toma en B la abertura V L y se lleva al círculo en el diámetro vertical desde *v'* hasta *p*; se toma en B la abertura V P y se lleva al círculo sobre el mismo diámetro desde V hasta *q* por los puntos *p*, *q*; se trazan las horizontales *l' e'*, *b' a'*, con las cuales queda formado el cuadro dentro de la base del cono, en el cual la línea *a' b'* es la de la tierra; la *h' k'* la horizontal, y la *p q* la vertical. Es de advertir que no en todos los casos se ha de inscribir el cuadro á la base del cono, pues las mas veces hay que circunscribir este en aquel, porque el cuadro suele ser de medida dada; lo que sí se tendrá presente, que no se puede fijar el punto de la distancia sin contar con el diámetro de la base del cono.

31. Si en una de las líneas de interseccion de los cuatro planos, por ejemplo en la *b f*, elegimos varios puntos como *c*, *d*, *f*, y dirijimos visuales desde ellos al punto *e*; los puntos *t*, *s*, *r*, donde las visuales cortan la línea de seccion, *h k* se transportan á la linea de la tierra del cuadro á iguales distancias del punto *q*, que están en A del punto *v*; y en los puntos 1, 2, 3, en que se hallan en la línea de la tierra se levantan las perpendiculares 1-1', 2-2', 3-3'. Desde los puntos C D F en B, se dirigen visuales á la altura del punto de la distancia E; los puntos T S R donde las visuales han cortado la seccion, se llevan al cuadro cada uno sobre su respectiva perpendicular; de este modo la altura P T sobre la línea 1, desde 1 hasta *c'*; la altura P S sobre la línea 2, desde 2 hasta *d'*; la altura P R sobre la línea 3, desde 3 hasta *f'*; los puntos *c'*, *d'*, *f'*, son las proyecciones escenográficas de los puntos *c*, *d*, *f*, de la línea de interseccion entre dos de los cuatro planos. Una línea que pase por las tres proyecciones *c'*, *d'*, *f'*, será precisamente recta. Los puntos X Y Z en B, por ser perpendiculares á los puntos C,

D, F, están proyectados en A, confundidos con los puntos *c*, *d*, *f*, y se han de encontrar en el cuadro en las líneas 1-1', 2-2', 3-3'. Luego si en B llevamos al punto E las visuales X E, Y E, Z E, cortarán la seccion en los puntos M, N, Q. Tómese en B la altura P M; llévese al cuadro sobre la línea 1 desde 1 hasta *x'*; tómese la altura P N; transpórtese sobre la línea 2 desde 2 hasta *y'*; tómese la altura P Q, llévese sobre la línea 3 desde 3 hasta *z'*; los puntos *x'*, *y'*, *z'*, son las proyecciones escenográficas de los puntos X, Y, Z, de la línea de interseccion de entre dos de los planos. Trazando una línea que pase por los tres puntos *x'*, *y'*, *z'*, será tambien recta.

Lo que se ha hecho con las líneas de interseccion C F y X Z, se puede hacer con las otras dos que hay entre los cuatro planos, porque si en la línea *a g* dirijimos una visual al punto *e* desde *g*, y egecutamos lo mismo que con el punto *f* de la otra línea, nos dará su imágen en el cuadro en el punto *g'*; y lo mismo se verificará en el punto de la otra línea de interseccion que fuese perpendicular al punto *g'*, cuya proyeccion escenográfica se hallaria en el cuadro en el punto *ñ*.

32. Si observamos en el cuadro el punto *c'*, veremos que está mas distante del punto de vista que *d'*, y tambien *d'* está mas distante que *f'*, por donde se advierte que se representan los puntos *c'*, *d'*, *f'*, mas distantes del punto de vista, el que está mas cerca de la seccion; y mas cerca de aquel, el que se halla mas distante de ella; sin embargo de estar en planta y alzado á igual distancia del eje del cono visual unos y otros, pues son puntos de una línea paralela con él. De modo, que si elejimos otro punto en la línea *b f*, mas distante de la seccion que el punto *f*, su proyeccion en el cuadro estará mas cerca del punto de vista que está *f'*, y si continuamos tomando puntos en la misma línea, cada vez mas distantes de la de seccion, se irán representando en el cuadro mas cerca del punto de vista; y procediendo de este modo tomando puntos, si la línea fuese de estremada longitud llegarian á representarse tan cerca, que se confundirian con él; y todos ellos estarian en direccion recta, lo que se prueba prolongando la línea *c' f'* hasta encontrar la horizontal, que será precisamente en el punto de vista; lo mismo se

verifica si se prolonga la línea $x' z'$, y la $a' g'$, como tambien la $e' ñ$; luego todas las líneas que son perpendiculares á la seccion representadas en el cuadro, concurren al punto de vista.

Representadas las cuatro líneas de interseccion entre los cuatro planos propuestos, estarán ellos representados tambien, pues el plano $b' f' g' a'$, y el plano $e' ñ z' l'$, representan los dos horizontales; y el plano $l' z' f' b'$, y el plano $e' ñ g' a'$, representan los dos verticales, de modo que entre los cuatro prolongados hasta el punto de vista, representan un salon ó un claustro infinitamente largo. El punto de vista no representa un punto como aparece en el cuadro, sino una abertura ó espacio igual al comprehendido entre los puntos $z' ñ g' f'$, é igual tambien al que hay entre $l' e' a' b'$, pues son paralelas entre sí las cuatro superficies de los planos representados en el cuadro; luego *el punto llamado de vista ó principal, es el último término que puede hacer impresion en la retina, donde las líneas perpendiculares á la seccion, prolongadas estremadamente parece que se juntan.*

33. De esta propiedad que tienen las líneas que son perpendiculares á la seccion, estando ya representadas en el cuadro, sacaremos una consecuencia que servirá mas adelante para facilitar las operaciones, pues reparando en la figura presente se ve que las líneas representadas en el cuadro prolongadas hácia los lados de él, marcan en ellos el tamaño geométrico de la superficie á que corresponden; por egemplo, la línea $c' f'$, prolongada hácia la orilla del cuadro, le toca en el punto b'; la línea $x' z'$, igualmente prolongada, toca en el lado del cuadro en el punto l'; la línea $b' l'$, es cabalmente la altura P L del plano P F Z L, y está á igual distancia de la vertical $p q$, á que se halla en A la línea $b f$ del eje del cono visual; y pues que las propiedades de estas líneas han de servirnos para facilitar las operaciones, las daremos nombres para simplificar la esplicacion; y asi, á las líneas perpendiculares á la seccion en proyeccion horizontal como $a g$, y $b f$, que representan proyecciones horizontales de planos verticales, las llamaremos las *paralelas*, por serlo al eje del cono visual. A las líneas como $l' b'$, y $e' a'$, equidistantes de la vertical en el cuadro, y á la misma distancia de ella que estén las paralelas del eje del co-

no, las llamaremos las *márgenes del cuadro*; y así para representar cualquiera superficie plana, no hay mas que poner en estas su altura geométrica, y dirijir una línea al punto de vista. Si se hubiese de representar por ejemplo un plano cuya altura fuese igual á $b' q'$, no hay mas que trazar una línea desde el punto q' al punto v', y entre esta y la línea $b' v'$, queda representado el plano: de este modo podemos representar superficies de diferentes alturas ó en distintas alturas una misma superficie. Lo que se ha hecho en una superficie vertical, se egecuta igualmente en otra horizontal, pues si desde el punto u' de la línea de la tierra se dirije una línea al punto de vista, la superficie $a' g' f' b'$ queda dividida en dos; luego todas las líneas que desde las márgenes del cuadro ó de la línea de la tierra, y desde la línea superior del cuadro se dirigen al punto de vista, representan en perspectiva las superficies comprehendidas entre ellas; á esta clase de líneas llamaremos *degradantes.*

De los puntos accidentales.

34. Así como las líneas perpendiculares á la de seccion prolongadas hasta la línea horizontal, representadas en el cuadro, concurren todas á un mismo punto, las líneas oblicuas que son paralelas entre sí, estando representadas y prolongadas, se reunen tambien en un solo punto de la línea horizontal; pero en otro apartado del de vista y estará tanto mas apartado cuanto mayor sea su oblicuidad con respecto á la seccion; vamos á manifestarlo en la siguiente figura.

Sea $h\ i\ j\ k$ (*fig.* 6.ª) el cuadro donde se han de representar tres líneas oblicuas á la de seccion, el círculo circunscrito á él determina la base del cono; el punto V′ como centro, es el de vista; la línea B′ A′ que pasa por él y es paralela á la de la tierra, es la linea horizontal. A es la proyeccion horizontal del cono visual; y de las líneas inclinadas á la seccion; de modo que A B igual á A′ B′ es la base del cono; E el punto de la distancia; E V el eje del cono; las líneas D G, F U, M N, paralelas é inclinadas á 45° á la seccion A B. B la proyeccion vertical; la línea $g\ q$ es la proyeccion del plano horizontal, en la cual están confun-

didas las de las tres líneas DG, TU, MN; la *p v*, la de la seccion y la *q e* la altura del punto de la distancia que es igual á la altura á que está el punto de vista de la línea de la tierra *h i*.

35. Desde dos puntos tomados á arbitrio en la línea D G, por ejemplo F, G, se tiran las visuales F E, G E, que cortan la línea de seccion en R y en S: tómense las aberturas V R, y V S; llévense al cuadro sobre la línea de la tierra; desde el punto P hasta los puntos 1 y 2; sobre estos se levantan perpendiculares indefinidas. Las proyeciones verticales de los puntos F, G, se hallan en la línea *g q* en los puntos *f*, *g*, desde los cuales se dirigen visuales al punto *e*, que cortan la línea de seccion en los puntos *r*, *s*. La altura *p r*, se lleva al cuadro sobre la línea levantada en el punto 1; desde 1 hasta *f'*; la altura *p s* se lleva al cuadro sobre la perpendicular levantada en el punto 2, desde 2 hasta *g'*. Como el punto D de la línea D G toca en la seccion A B, no hay mas que tomar la abertura V D, y llevarla sobre la línea de la tierra desde P hasta *d'*: desde el punto *d'* trácese una recta que pase por los puntos *f'*, *g'*, continuándola hasta encontrar la prolongacion de la línea horizontal B' A' que será en el punto C.

Desde el punto U de la línea T U se tira la visual U E que corta la seccion en Ñ; la abertura U Ñ se lleva sobre la línea de la tierra desde P al punto 3, desde el cual se levanta una perpendicular indefinida. Tómese la abertura V T; transpórtese sobre la línea de la tierra desde P hasta *t'*. En la proyecion B trácese una visual al punto *e*, que cortará la seccion en *ñ*; tómese la altura *p ñ*; llévese al cuadro sobre la línea 3 desde 3 hasta *u'*, como la línea T U toca la seccion en el punto T, se toma la abertura V T, y se transporta á la línea de la tierra desde P hasta *t'*, tírese la recta *t' u'*, y prolónguese hasta la horizontal que la encuentra precisamente en el punto C. Finalmente desde el punto N de la línea M N tírese la visual N E, y la abertura V O llévese á la línea de la tierra en el punto 4 donde se levanta una perpendicular indefinida: desde la proyeccion *n* se tira la visual *n e*; la altura *p o* se lleva al cuadro sobre la línea 4 en *n'*; la abertura V M se transporta á la línea de la tierra desde P hasta *m'*; se traza la recta *m' n'*, prolongándola tambien hasta encontrar la hori-

zontal que será en el punto C, en donde concurren las líneas $d' g'$, y $t' u'$; por donde se demuestra que *todas las líneas que son paralelas formando ángulo de 45° con la seccion representadas en el cuadro, concurren á un solo punto de la línea horizontal.*

36. Lo mismo que hemos observado de las líneas que son perpendiculares á la seccion y de las que forman con ella ángulo de 45°, observaremos de todas las demas que estén con la seccion en un ángulo cualquiera, pues todas las líneas de los objetos que sean paralelas entre sí, concurrirán á un mismo punto de la línea horizontal, y éste estará mas ó menos distante del punto de vista, segun fuesen mas ó menos inclinadas á la seccion las líneas que concurren á él.

Las tres líneas paralelas J M, N Ñ, O Q, (*fig.* 7.ª) inclinadas á la de seccion J Y, formando un ángulo mayor que el de 45°, si se practica con ellas la misma regla que en las dos figuras precedentes, y segun va indicado en esta, se hallará que se representan en el cuadro con las líneas *j m*, *n ñ*, *o q*, que prolongadas todas concurren en la línea horizontal en un mismo punto *x*.

Lo propio sucede practicando la operacion con las líneas U G, Y F, que forman con la seccion un ángulo menor que el de 45°, pues las líneas con que se representan en el cuadro concurren en la horizontal prolongándolas en un solo punto *z*, notándose bien que por ser menor el ángulo que forman con la seccion, está el punto de concurso *z* mas distante del punto de vista, que *x* que es punto donde concurren líneas que forman con la seccion ángulo mayor. *Luego en general todas las líneas que son paralelas, representadas en el cuadro concurren en el horizonte en un mismo punto.*

Los puntos de la línea horizontal donde concurren las diferentes líneas oblicuas á la seccion de que se compone el objeto ú objetos que representamos, se llaman *puntos accidentales*, los cuales segun se verá mas adelante son de mucha utilidad en las operaciones que vamos á practicar.

VI.

REGLA PARA HALLAR

LOS PUNTOS ACCIDENTALES.

31. Los puntos accidentales pueden hallarse antes de degradar las líneas que concurren á ellos con solo tener dispuesta la proyeccion horizontal, y colocado el punto de la distancia. Si desde el punto E (*fig.* 7.ª) se traza una línea paralela á la N Ñ, y si con la parte O Q de esta línea que se halla del otro lado de la seccion, se hace la misma operacion que se ha hecho con las líneas N Ñ, J M, para representarlas en el cuadro, por ser paralela á ellas concurrirá en la línea horizontal en el mismo punto *x*. Pues si desde los puntos O′ Q tiramos visuales al punto E de la distancia, estas se confunden en una sola línea, lo que indica que todos los puntos de proyeccion de la línea O Q deben hallarse en el cuadro en la perpendicular *o′ q′*. Si desde los puntos *o*, *q*, de la proyeccion vertical dirijimos visuales al punto *e* y llevamos al cuadro las alturas *s r*, *s t*, sobre la perpendicular levantada en el punto *o′*, tendremos los puntos *o″*, *q′*, los cuales repesentan los puntos O′, Q. Si se traza en el cuadro una recta que pase por los puntos *o″*, *q′*, ésta se confundirá con la perpendicular levantada en el punto *o′*, y su prolongacion hallará la horizontal en el punto *x*.

Como la línea vertical V′ *p*, es tambien perpendicular á la línea de la tierra, todos los puntos de la línea *o′ x*, están á igual distancia de los de la V′ *p*; la línea *p o′*, es igual á la V′ *x*, por estar comprehendidas entre paralelas, y serlo ellas, y es igual tambien á la abertura V O de la proyeccion horizontal; luego V O es igual á V′ *x*, y como *x* es el punto accidental donde concurren las líneas N Ñ, J M, y el punto O es donde una visual paralela á estas líneas corta la seccion, por lo tanto toda línea visual trazada paralela á una línea del objeto en proyeccion horizontal, corta la seccion en un punto á igual distancia del eje visual á que está el pun-

to accidental donde concurre la línea del objeto, del punto de vista.

38. De lo que se acaba de decir se saca la regla para hallar los puntos accidentales. Si queremos saber, por ejemplo, á que distancia del punto de vista (*fig.* 7.ª) está el punto accidental donde concurren las líneas U G, Y F, se traza desde el punto E la línea E Z, paralela á ellas, el punto Z donde esta corta la prolongacion de la seccion, es el punto que está á igual distancia del eje del cono visual á que debe de estar en el cuadro el punto accidental del punto de vista.

Tómese pues la abertura Z V; trasládese al cuadro desde el punto V′ hasta z; el punto z es el accidental que buscamos.

Del punto constante.

39. Entre los puntos accidentales hay uno que por ser de mas uso que todos los demas se debe distinguir: este es donde concurren las líneas que forman ángulo de 45° con la seccion, pues tiene la particularidad de hallarse siempre á igual distancia del punto de vista á que está el espectador del cuadro ó seccion; vamos á probarlo; si en la figura 6.ª se toma la línea V′ C que es la distancia á que está el punto accidental del punto de vista y se lleva sobre la prolongacion de la seccion B A en proyeccion horizontal, tendremos la línea V X; en el punto X levántese la perpendicular X O; desde V trácese una línea que forme ángulo de 45° con la de la seccion B A, esta línea por lo dicho (35), representada en el cuadro, concurre al punto accidental C, y con estas tres líneas se ha formado el triángulo isosceles rectángulo V X O, por ser recto el ángulo en X, de 45° el ángulo en V, y por consiguiente de 45° el ángulo en O. Desde el punto X trácese la línea X E, paralela á la V O, y tendremos el triángulo X V E igual al triángulo V X O, pues están entre paralelas, siendo comun la base V X; esta es igual al lado V E, y tambien V X es igual á la línea del cuadro V′ C, luego V′ C es igual á V E, y como V′ C es una porcion de la línea horizontal comprehendida entre el punto accidental y el de vista, está probado que el punto accidental donde concurren las líneas que se hallan inclinadas á 45° con la seccion está á igual distan-

cia del punto de vista que el espectador del cuadro ó seccion.

El punto accidental de las líneas que están en la inclinacion de 45° grados con la de seccion, ó lo que es lo mismo donde concurren en la horizontal las diagonales de los cuadrados vistos de punto de medio, para distinguirle de los otros accidentales, le llamaremos *punto constante*. Este punto nos facilita y abrevia las operaciones por ser conocido en la línea horizontal en el instante que se determina la distancia en la planta, y aun sin esta con solo el punto constante se hacen muchas operaciones.

VII.

DEL PUNTO DE LA DISTANCIA.

40. Para determinar el punto de la distancia representaremos un pavimento, pues la línea que representa el cuadro en proyeccion horizontal es la que ha de servir de medida para determinar este punto en la práctica.

Sea A (*fig.* 8.) un pavimento de losas cuadradas visto de punto de medio; la superficie B es el cuadro; *a b*, la línea de la tierra; Z Y, la línea horizontal colocada á la altura á que se supone que está el ojo del espectador del plano horizontal ó superficie de la tierra, en cuya línea, y en la mitad del ancho del cuadro, se coloca el punto de vista en V; desde V como centro se describe el círculo *a b c d*, circunscripto al cuadro, cuyo círculo es la base del cono; la línea *l m* en A por ser la primera del pavimento servirá de seccion, en la cual desde *o* se pondrán las aberturas *o m*, *o l*, iguales á uno de los radios del círculo, de modo que la línea *m l*, será la proyeccion horizontal de la base del cono; los puntos *f*, *g*, determinan la proyeccion horizontal del cuadro; constrúyase sobre la línea *l m*, el triángulo equilátero *l e m*, por cuya propiedad el ángulo en *e* es de 60°; en el punto *e* consideramos situado al espectador, la línea *o e* es la distancia

en que este se halla de la seccion ó del cuadro; si por lo dicho (35) llevamos la distancia *o e* sobre la línea horizontal en B desde V hasta U, este punto U será el accidental *constante*. Trasládense á la línea de la tierra los puntos *s*, s', s'', s''', donde las líneas de los costados de los cuadrados que componen el pavimento tocan en la seccion, y desde los puntos *s*, s', s'', s''', de la línea de la tierra, tírense las degradantes S V, S' V, &c., estas degradan los espacios comprehendidos entre las líneas del pavimento que son perpendiculares á la seccion. Desde el punto *s* de un estremo de la línea de la tierra tírese la linea S U, la cual por concurrir al punto constante, representa una línea inclinada á los 45° en la seccion (35) y por consiguiente determina las diagonales de los cuadrados. Por los puntos 1, 2, 3, &c. donde la diagonal S U corta las degradantes S V, S' V, &c. tírense las líneas *n t*, *n t*, &c. paralelas á la de la tierra, con las cuales quedan degradadas las líneas del pavimento, que son paralelas á la seccion, y tendremos todos los cuadrados del pavimento A en perspectiva.

41. Si hubiese de representar mas fondo el pavimento se conseguirá trazando otra diagonal desde el punto 4 al punto constante U, que cortará las degradantes en los puntos 5, 6, 7, 8; trazando por estos líneas paralelas á la de la tierra, resultará el fondo duplicado; lo mismo egecutaremos aumentando diagonales hácia el fondo del cuadro dirigidas al punto constante si queremos triplicarle, cuadruplicarle &c.

Por esta regla sola representamos en el cuadro el número de cuadrados comprehendidos en su ancho, ó en la línea *f g*, siendo asi que en el cono visual están comprehendidos muchos mas, por la estension ó abertura que toman los lados del cono de la otra parte de la seccion, quedando en el cuadro sin completar de soleria los espacios á 8 n', $b\ b'\ t'$, que podemos llenar si conviene al asunto que nos hubiesemos propuesto, cuyos espacios son correspondientes á los de la proyeccion horizontal $f\,f'\ p$, $g\ g'\ q$, lo cual se conseguirá trazando la diagonal S' U, y por los puntos $r\ r'$ donde la diagonal corta las líneas *n t*, *n t*, en el espacio *a* 8 n' se tiran las líneas dirigidas al punto de vista, y de este modo queda lleno de cuadrados dicho espacio, y

por la misma operacion se llenará el espacio *b b' t'*, dirijiendo la diagonal al punto constante del lado opuesto, que se ha omitido en la lámina por ser igual en un todo al que acabamos de hacer.

42. Llevamos dicho (12) que para ver cómodamente un objeto y no esponernos á cometer un absurdo, debemos dar al ángulo del vértice del cono 60° poco mas ó menos; en esta misma figura lo vamos á probar prácticamente; porque si para representar el pavimento A hubiesemos dado 90° al ángulo del vértice, tendriamos en la proyeccion horizontal el cono *l y m*, y la distancia del espectador á la seccion seria la *y o*; llevando esta distancia á la línea horizontal, daria por punto constante el punto Y; la diagonal *a* Y cortaria la degradante *s'''* V en el punto *i'*; la línea *i i'* paralela á la de la tierra, representaria el cuadrado *a i i' s'''* que no degrada bien porque representa tener mas fondo que ancho, pues si observamos la línea *a i*, hallaremos que ocupa una vez y dos tercios el fondo de los cuadrados degradados por el ángulo de 60°. Con cuanta mas razon no podrá colocarse el punto constante en la márgen del cuadro segun práctica de algunos, pues en este caso siendo el punto en H el punto de la distancia, estaria en *h*, y el ángulo del vértice del cono seria de 110°; la diagonal *a* H cortaria la *a'* V en *u*, la línea *u' u* paralela á la de la tierra representaria el cuadrado *a a' u u'* que no está bien degradado, porque las líneas *a u' a' u*, en vez de representarse escorzadas y por consiguiente menores, han resultado mayores que *a v*, *a' v'*, lados del cuadrado geométrico; lo que prueba el error que resulta de tomar el ángulo de 110° para el vértice del cono, y al mismo tiempo queda probado lo dicho (12).

43. Aunque entre el ángulo de 60 y el de 90° hay algunos que se pueden tomar para el vértice del cono, pues daria ya degradado el objeto, no debemos hacer uso de ellos por lo dicho (12) pues que los objetos que se hallan muy apartados del eje del cono, no se perciben tan claros como los mas centrales, y solo en caso de precision ó que los objetos de primer término del cuadro no fuesen muy intereresantes, se podrá usar hasta el ángulo de 67° que es en el que ya degradan conocidamente los objetos.

Tomando, pues, para el vértice del cono el ángulo de 67°, el punto de la distancia estaria en x, y el constante en x; midiendo la distancia que hay en la línea horizontal desde el punto de vista al punto x, hallaremos que está vez y media del largo del radio a v, de la base del cono, como el cuadro está inscripto en esta, los ángulos de él mas distantes del punto de vista, tienen por distancia de este el valor de uno de los radios de la base del cono; luego para situar el punto constante puede hacerse sin tener la planta del objeto que se haya de representar, ni de medir los grados del ángulo de la cúspide del cono, pues basta la distancia que hay entre el punto de vista y el ángulo del cuadro mas separado de aquel, y tomando vez y media esta distancia colocarla desde el punto de vista sobre la línea horizontal, y determinará el punto donde se ha de colocar el constante.

44. Tambien dijimos (12) que para que los objetos no hagan demasiado pequeños, el menor ángulo que debemos dar al vértice del cono, es el de 50° poco mas ó menos; tomando el de 55° en la figura presente, daria la distancia en z, y el punto constante en z que está á un diámetro de distancia del punto de vista, resultando de muy buen efecto el cuadrado representado de este modo, como lo manifiesta la figura en el cuadrado $\tilde{n}\ \tilde{n}'\ s\ s'$, y así la mayor distancia á que debe colocarse el espectador para que los objetos vistos en el cuadro resulten de un tamaño bello y proporcionado, y no hagan demasiado pequeños, como sucederia colocándonos á mayor distancia, deberá ser á dos veces el radio de la base del cono, pues como este ha de ser igual á la distancia que haya entre el punto de vista y el ángulo mas apartado de él en el cuadro, establecemos para la práctica de nuestras operaciones *que el punto constante y el de la distancia estarán entre vez y media y dos veces la línea que haya entre el punto de vista y el ángulo mas distante de él en el cuadro.*

VIII.

REPRESENTAR SUPERFICIES PLANAS

EN POSICION HORIZONTAL.

45. Para representar superficies exagonales por ejemplo como A fig. 9 se le circunscribe un cuadrado como *a b c d*, y este se degrada como se ha dicho fig. 8, y estará representado por el cuadro *a′ b′ c′ d′*; trácense en él las diagonales *a′ c′ b′ d′*, y tendremos su centro *s′*; por este tírese la línea *m n*, paralela á la de la tierra los puntos *m n* serán los correspondientes á los M N del cuadrado geométrico, y como en estos tocan dos ángulos del exagono, en los puntos *m n* del cuadrado degradado, tenemos ya dos puntos del exagono que buscamos. Los puntos O, U, del cuadrado geométrico donde tocan los otros ángulos del exagono, se transportan perpendicularmente á la línea de la tierra; desde los puntos *o*, *u*, de esta se trazan las degradantes *o* V, *u* V; los puntos *o*, *o′*, *u*, *u′*, del cuadrado degradado son los correspondientes de O, O′, U, U′ del cuadrado geométrico, y como en estos tocan los cuatro ángulos restantes del exagono en los puntos *o*, *o′*, *u*, *u′*, de las líneas del cuadrado degradado, están los cuatro puntos restantes del exagono; trácense, pues, líneas de uno á otro de estos puntos y tendremos el exagono en perspectiva. Si se hubiese de representar un pavimento del cual todas las losas fuesen exagonales, no habria mas que degradar los cuadrados como se dijo en la fig. 8, dándole todo el fondo y ancho que se quiera, y hacer en cada uno de ellos la misma operacion que se ha hecho en el exagono A.

46. Si hubiese de ser el pavimento de losas octogonales, por ejemplo como B, se le circunscribirá un cuadrado, y por los puntos donde tocan los ángulos del octogono al cuadrado, hágase que pasen líneas que dividan el cuadrado circunscripto en otros mas pequeños, y degradados estos por el mismo método arriba dicho trácense en ellos las diagonales, como están en B los lados del oc-

togono, y quedará degradado como lo manifiesta la figura. Si queremos que sean las losas circulares como D le circunscribiremos un cuadrado, en el cual se trazarán las diagonales y líneas que dividan por mitad los lados del cuadrado; por los puntos donde corta la circunferencia las diagonales, se tiran otras líneas, de modo que quede dividido el cuadrado en otros menores. Degradando el cuadrado con todas sus líneas tendremos en el cuadro ocho puntos por donde hacer pasar una curva, que representa el círculo en perspectiva. Si queremos justificar mas el contorno del círculo tomaremos en él mas puntos que los ocho que demuestra la figura, y haciendo que por ellos pasen los ángulos de otros cuadrados, despues de degradados darán otros tantos puntos de la circunferencia. Siguiendo este mismo órden de circunscribir cuadrados en las figuras que tengan las losas, y de hacer tocar otros en sus ángulos ó en los puntos que mas convenga de sus contornos, degradaremos todas las superficies de cualquier figura que sean en un pavimento visto de punto de medio.

Representar un pavimento de losas cuadradas visto por ángulo.

47 Siendo asi que los objetos de planta rectangular para ser vistos por ángulo han de estar sus líneas á 45° en proyeccion horizontal, éstas estando degradadas concurren en la línea horizontal á los puntos constantes (35); y enterados del modo de representar los cuadrados vistos de punto de medio será fácil siguiendo el mismo órden, representarlos vistos por ángulo, haciendo que sus lados sirvan de diagonales á otros cuadrados auxîliares; de suerte, que las líneas que sirven de operacion en los unos, forman los lados de los otros.

Sea A B C D (*fig.* 10) un cuadrado que se ha de representar visto por ángulo; sobre las mitades de sus diagonales A C, B D construiremos cuatro cuadrados; estos tendrán sus lados perpendiculares á la seccion, y por consiguiente estarán vistos de punto de medio, sirviéndoles de diagonales los lados del cuadrado A B C D: degrádense aquellos, y sus diagonales respectivas representarán el cuadrado *a b c d* que buscamos.

Esta operacion se hará mas sencilla transportando la diagonal A C del cuadrado geométrico, á la línea de la tierra. Las líneas G B y B H son diagonales de otros cuadrados iguales al cuadrado A B C D que transportadas á la línea de la tierra, serán las *s g b, b h*; la línea G B es lado del cuadrado visto de punto de medio G B D F en cuyo centro se halla un ángulo del cuadrado propuesto, de modo que en cada una de sus diagonales está comprehendido un lado de este, y otro lado de otro cuadrado igual. Degradando el cuadrado G B D F le tendremos representado en el cuadrado *g b d f*, en el que se hallan dos lados del cuadrado propuesto, y otros dos lados de otro cuadrado igual en las diagonales *g d, b f.* Lo mismo que se ha hecho con la parte G B, de la línea de la tierra, se hará con la B H, pues son iguales á la diagonal A C. Luego se reduce la operacion á poner las veces que quepa la diagonal del cuadrado propuesto en la línea de la tierra, y por los puntos en que la divide, trazar líneas en direccion á los puntos constantes, y quedará trazado el pavimento de losas cuadradas vistas de ángulo.

Para representar otras superficies vistas por ángulo como exagonos, octogonos &c. se harán las mismas divisiones de cuadrados sobre sus diagonales, que se hicieron sobre sus lados en las vistas de punto de medio; y de este modo se pueden representar todas las figuras que tengan lados á 45° de inclinacion con la línea de la tierra, transportando á ella las divisiones que resulten de sus diagonales.

Representar superficies vistas fuera de ángulo.

48. Las superficies vistas fuera de ángulo se representan por la degradacion de cuadrados, del mismo modo que las vistas de punto de medio y de ángulo; pues suponiendo en cada uno de los ángulos de la figura propuesta el punto donde está tambien el ángulo de un cuadrado auxîliar, de modo que teniendo tantos cuadrados auxîliares como ángulos tenga dicha figura, y degradándolos, tendremos representados todos sus ángulos, y por ellos trazaremos su contorno.

Sea A B C D E, (*fig.* 11.) un pentagono que vamos á degradar visto fuera de ángulo: desde uno de sus ángulos por ejemplo A se lleva una perpendicular á la línea de la

tierra; con la línea A *n* formaremos un cuadrado, de modo que otro de sus lados esté comprehendido en la misma línea de la tierra, y tendremos el cuadrado A *n m r* visto de punto de medio; degrádese éste por el método arriba dicho, y tendremos en el punto *a* del cuadrado degradado el que corresponde al punto A del cuadrado geométrico, cuyo punto es uno de los del pentagono. Lo mismo se encontrará el punto B con el auxîlio del cuadrado B *t s c* segun está indîcado en la figura, y trazando cuadrados desde todos los demas puntos, y degradándolos se representará todo el objeto. Pero si reparamos que A *n* es la distancia que hay entre uno de los ángulos y la línea de la tierra, y que con esta línea se ha construido el cuadrado A *n m r*, y que A *n* es igual á *n m*; la diagonal tirada desde *m* al punto constante, ha determinado el punto *a* en la interseccion de la línea degradante *n* V. Luego para hallar el punto E por ejemplo, no hay mas que llevar á la línea de la tierra la perpendicular E *u*, desde *u* trazar la degradante, despues transportar la distancia E *u* en la línea de la tierra desde *u* hasta *o*, la diagonal dirijida desde *o* al punto constante determina el punto *e* en la interseccion con la degradante *u* V, de modo que *e* es la imágen del punto E. Del mismo modo, como lo indica la figura, con los cuadrantes de círculo que van desde todos los puntos del objeto á la línea de la tierra, se hallarán los demas puntos del pentagono.

Representar superficies irregulares.

49. Sea A *(fig. 12.)* una superficie cuyo contorno sea una línea de la cual resulta una figura totalmente irregular. Para representarla en el cuadro se trazará en ella una cuadrícula como B C D F, cuyos cuadrados serán tanto mas pequeños cuanto mas exâcto se quiera el contorno. La cuadrícula se degrada por la regla arriba dicha, y tendremos la *b c d f*, y en ella se halla el contorno de la figura, haciendo una línea que vaya pasando proporcionalmente por los cuadrados degradados, segun está el contorno de la figura propuesta en los cuadrados geométricos.

Representar un suelo visto fuera de ángulo ó movido.

50. Sea A (*fig.* 13.) un pavimento compuesto de losas exagonales y cuadradas; el triángulo *a e b* la proyeccion horizontal del cono visual, *e o* la distancia, B el cuadro, *d f* la línea de la tierra, *k h* la horizontal. Para facilitar la operacion se trazarán en el pavimento geométrico A las líneas auxîliares que segun su figura produzcan menos confusion y mayor comodidad para la operacion, como por ejemplo las líneas *s s*, *s s*, &c. en las cuales tenemos dos lados de cada exagono, y las diagonales de los cuadrados, y en las líneas como *r r*, *r r*, &c. que pasan por los puntos donde se tocan los lados de los exagonos con las diagonales de los cuadrados, los ángulos como *t t*, &c. que por ellos no pasa ninguna de las líneas auxîliares hechas, se pueden hallar por las diagonales de los cuadrados que se forman con ellas. Hecha, pues, la distribucion de líneas en las cuales se hallen comprehendidos todos los ángulos que tengan las losas que compongan el pavimento, entonces se hallan los puntos accidentales por la regla dada (38) y tendremos en la línea horizontal el punto *x* que es el accidental, donde concurren las líneas *r r*, *r r*, &c. y el otro punto accidental por caer fuera de la lámina seria el de concurso entre la línea horizontal y la indicada *e z*, al cual concurren las líneas *s s*, *s s*, &c. Todos los puntos *r r*, que se hallan en la línea *a b*, se trasladan á la línea de la tierra *d f*, y desde los puntos *r'*, *r'*, &c. tírense las líneas *r' x*, *r' x* &c. todos los puntos *s*, *s*, &c. que se hallan en la seccion *a b*, trasládense tambien á la línea de la tierra, y desde los puntos *s'*, *s'*, &c. tírense líneas en direccion al punto accidental que está fuera de la lámina, y tendremos degradados en el cuadro los rectángulos y cuadrados que se formaron con las líneas auxîliares; finalmente trácense en el cuadro las diagonales que se crucen en los puntos *t'*, *t'*, &c. y las líneas *u u*, *u u*, con las cuales queda trazado en perspectiva el pavimento de losas exagonales y cuadradas.

Lo que acabamos de practicar con el pentagono y con los pavimentos anteriores, es suficiente para representar sin otra explicacion los pavimentos solados, sea cual fuere la figura de las losas que los compongan, estando trazados por

cualquiera de los tres modos que por razon de su posicion con respecto á la seccion pueden ser vistos, pues con solo tirar líneas ó cuadrados auxîliares que pasen por los lados ó ángulos, ó por unos y otros segun fuere la figura de las losas del pavimento que se intente representar, y despues degradar estas auxîliares, queda reducida la operacion á trazar en el cuadro los lados correspondientes á las figuras del pavimento geométrico, borrando la parte de las auxîliares que no se necesite.

Se ha cundido una objecion que hacen á las reglas de perspectiva, y ha llegado á nuestra noticia por un profesor, y es, que en los objetos vistos de punto de medio las líneas que son paralelas á la seccion representadas en el cuadro, quedan siendo paralelas; sin embargo de que sus estremos están mas lejos del punto de la distancia que su medio, cuando por otra parte se demuestra que los objetos al paso que se alejan, degradan; cuya degradacion hace que sus líneas se representen concurrentes, y siendo esto así parece que las líneas paralelas á la de seccion representadas en el cuadro, deberian ser concurrentes hácia sus estremos. Esta observacion quedará desvanecida si reparamos (*fig.* 1.ª) que aunque la pirámide luminosa esterior del medio es mas corta que la de los lados que vienen al ojo desde la recta e'', e, tambien se advierte que de las pirámides luminosas de la parte interior del ojo, la del medio es proporcionalmente mas larga que la de los lados, de cuya proporcion resulta que los estremos de un objeto que esté colocado perpendicularmente al eje del cono, y pueda verse de una sola mirada, se hallan á igual distancia que su medio de la membrana encargada de recibir la impresion de los rayos de luz que el objeto refleja; por cuya razon las reglas de la perspectiva que tienen sus principios fundamentales tomados de la forma del globo del ojo y del fenómeno de la vision, dan representadas en el cuadro paralelas las líneas que en el objeto lo son á la seccion. Enterados ya como se trazan las superficies, pasaremos á manifestar como se representan los sólidos, y al mismo tiempo daremos á conocer las diferentes reglas para poder degradar todos los objetos visibles, y tambien manifestaremos los medios de simplificar estas mismas reglas.

IX.

DE LOS DIFERENTES MODOS

DE PLANTEAR LA OPERACION.

51. La forma de los objetos que en unos es circular; y en otros se compone de superficies que se hallan en distintas direcciones; los diferentes modos de presentarse á nuestra vista, y las circunstancias del sitio donde se han de representar las perspectivas, son los motivos que obligan al profesor á plantear la operacion de varios modos, los cuales le facilitan los medios de salir airoso de todos los casos que se le ofrezcan, por lo que manifestaremos en un solo objeto los diferentes modos de plantear la operacion, haciendo aplicaciones despues de cada uno de ellos como mas convenga al asunto que tengamos que representar. *(Fig. 14.)* A es la proyeccion horizontal de un objeto de base triangular, B su proyeccion vertical; con este objeto ademas de manifestar los diferentes modos de plantear la operacion vamos á probar, que siempre que sea visto á igual distancia y altura, no varian sus contornos aun cuando la operacion se egecute de distinto modo, lo que prueba la exactitud de las siguientes reglas.

Modo primero.

52. Sea E el punto de la distancia en la proyeccion A, la línea E 7 el eje del cono visual, la línea O S perpendicular al eje, es la proyeccion horizontal de la seccion. La línea *p u* en B es la proyeccion del plano horizontal, la *r t* perpendicular á la *p u* es la proyeccion vertical de la seccion, el punto *e* es la altura del de la distancia; este punto y la línea *r t* han de estar á igual distancia del objeto en B á que están en A el punto E, y la línea O S; C es el cuadro donde se ha de representar el objeto.

Desde los puntos 1, 2, 3, de la planta A se tiran visuales al de la distancia E; los puntos 1' 2' 3', donde estas han cortado la seccion, se llevan á la línea de la tierra del cuadro, á las mismas distancias de la línea vertical á que están en A del eje del cono visual. Desde los puntos 1, 2, 3, de la línea de la tierra, levántense perpendiculares indefinidas. En el alzado B se tiran visuales á la altura del punto de la distancia *e*; los puntos *a*, *b*, *c*, *d*, *f*, *g*, donde estas visuales han cortado la proyeccion vertical de la seccion, se llevan al cuadro y se colocan sobre sus respectivos números de este modo: la altura *r a* en B se lleva al cuadro sobre la perpendicular 1 desde 1 hasta *a'*; se toma la altura *r b*, se lleva al cuadro sobre la misma perpendicular 1, desde 1 hasta *b'*; la línea *a' b'*, representa el ángulo 1 del primer cuerpo del objeto. Tómese la *r c*, trasládese al cuadro sobre la perpendicular 2, desde 2 hasta *c'*; tómese la altura *r d*, llévese al cuadro sobre la misma perpendicular 2, desde 2 hasta *d'*, la línea *c' d'* representa el ángulo 2 del mismo cuerpo del objeto. Tómese la *r f*, llévese al cuadro sobre la perpendicular 3 desde 3 hasta *f'*, tómese la altura *r g*, transpórtese al cuadro sobre la línea 3 desde 3 hasta *g'*; la línea *f' g'* representa el ángulo 3.º del objeto. Tírense en el cuadro las líneas *a' c'*, *b' d'*, *a' f'*, *b' g'*, y las de la parte posterior *g' d'*, *f' c'*, con lo que tenemos representado el primer cuerpo del objeto.

Desde los puntos 4, 5, 6, de la planta A tírense visuales al punto E, y los puntos 4', 5', 6', donde las visuales han cortado la proyeccion horizontal de la base del cono, llévense á la línea de la tierra; en los puntos 4 5 6 desde los cuales se levantan perpendiculares indefinidas, y en ellas hallaremos las alturas del segundo cuerpo del objeto, para lo cual se tiran en B visuales al punto *e* desde 4, 4'; 5, 5'; 6', 6'; y los puntos donde estas cortan la proyeccion vertical de la seccion, se llevan al cuadro sobre sus correspondientes números de este modo; la altura *r h*, se transporta al cuadro sobre la indefinida 4, y tendremos el punto *h'*; tómese la altura *r* 1, llévese al cuadro sobre la misma indefinida, y tendremos el punto *i'*; tírese la línea *h' i'*, la cual será una arista de las del segundo cuerpo. Tómese la altura *r i*, llévese al cuadro sobre la indefinida 5

y tendremos el punto f'; tómese la $r\,k$, transpórtese sobre la misma línea 5, y dará el punto k', tírese la línea $f'\,k'$, y tendremos otra arista; tómese la altura $r\,m$, llévese al cuadro sobre la indefinida 6 y tendremos el punto m'; tómese la $r\,n$, llévese sobre la misma indefinida 6, y tendremos el punto n'; tírese la línea $n'\,m'$ la que representará el tercer ángulo del segundo cuerpo del objeto; tírense pues las lineas $h'\,f'$, $i'\,k'$, $h'\,m'$, $i'\,n'$, y las ocultas $m'\,f'$, $n'\,k'$, con las cuales queda representado el segundo cuerpo. Finalmente hallaremos la cúspide de la pirámide con que concluye el objeto, pues los ángulos de su base los tenemos ya en los puntos de la parte superior del segundo cuerpo; para esto llévese en la planta A la visual 7 E; el punto 7' de la seccion llévese á la línea de la tierra, y levántese en él la perpendicular indefinida; trácese en el alzado B la visual 7 *e*; tómese la altura $r\,\tilde{n}$; trasládese al cuadro sobre la perpendicular 7, y tendremos el punto $\tilde{n}'$; finalmente, tírense las líneas $i'\,\tilde{n}'$, $k'\,\tilde{n}'$, $n'\,\tilde{n}'$, y quedará representado el objeto en el cuadro.

Modo segundo.

53. (*Fig.* 15.) Para que se verifique lo que nos hemos propuesto se traza el cuadro C igual al de la figura anterior; la línea horizontal B D se coloca á la misma altura á que está el punto *e* de la proyeccion *p u* del plano horizontal de la figura 14; el punto de vista V, le determina en la línea horizontal la vertical trazada en la mitad del ancho del cuadro; el punto constante se coloca en la línea horizontal á la misma distancia del punto de vista V, á que está en la figura 14 el punto E de la línea de la seccion O S. La planta del objeto se coloca debajo de la línea de la tierra á la misma distancia, y con igual inclinacion en que se halla con respecto á la línea O S de dicha figura anterior.

Dispuestas de este modo las líneas, tenemos ya datos iguales á los que tuvimos en la regla anterior; empezaremos la operacion degradando en el cuadro la planta del objeto por la regla que dimos (48) y segun está indicado en la figura; los puntos *u*, *x*, *y*, *z*, de las alturas en el alzado geométrico B de la figura 14, se transportan á la márgen del cuadro de la que estamos construyendo, en la cual, des-

de los puntos u, x, y, z, tírense al punto de vista las degradantes u v, x v, y v, z v; de este modo tenemos dos planos perpendiculares entre sí, degradados (33) uno horizontal que es donde se encuentra ya la planta escorzada, y otro vertical que es donde se hallan las alturas tambien degradadas.

La operacion, pues, está reducida á trazar líneas paralelas á la de la tierra, desde todos los puntos de la planta escorzada, hasta encontar la línea de interseccion de entre los dos planos; y subir perpendiculares desde estas intersecciones, hasta que cada una encuentre la degradante respectiva á la altura de cada punto; y desde aquellos donde se encuentran, volver como en el aire y en direccion paralela, á la línea de la tierra, hasta que cada una de estas encuentre la perpendicular indefinida que se debe levantar desde todos los puntos de la planta escorzada.

Súbanse, pues, desde todos los puntos a', c', f', r', s', t', o', de la planta escorzada perpendiculares indefinidas; desde el punto a' tírese la línea a' 1 paralela á la de la tierra, hasta encontrar la línea de interseccion de los dos planos u v; desde el punto 1 se levanta la perpendicular 1-1′, hasta encontrar la degradante x v en 1′; desde el punto 1′ tírese la línea 1′ b', paralela á la de la tierra, hasta cortar en el punto b' la indefinida levantada en a'. La línea a' b', es una arista del primer cuerpo del objeto. Tírese la c' 2, paralela á la línea de la tierra hasta encontrar la interseccion u v. En el punto 2 levántese la perpendicular 2-2′ hasta encontrar la degradante x v; en el punto 2′, desde este tírese la línea 2′ d' paralela á la de la tierra hasta encontrar la indefinida levantada sobre c' en d'; la línea c' d' es otra arista del primer cuerpo. Tírese la línea f' 3, paralela á la de la tierra hasta encontrar la línea de interseccion u v, en el punto 3; desde este levántese la perpendicular 3 3′ hasta cortar la degradante x v en 3′, desde donde se tira una línea paralela á la de la tierra, hasta encontrar en g' la indefininida levantada en f': la línea f' g' es la otra arista del primer cuerpo del objeto. Tírense las líneas b' d', b' f', y la oculta f' d', y tendremos representado en el cuadro el primer cuerpo del objeto.

Desde el punto r' llévense una línea paralela á la de la

tierra hasta encontrar la línea de interseccion *u* v, en el punto 4, en el cual se levanta una perpendicular que corte las degradantes *x* v, *y* v; desde los puntos 4′-4″ donde las ha cortado, llévense líneas paralelas á la de la tierra hasta que encuentre la indefinida levantada en *r′* en los puntos *h′ i′*: la línea *h′ i′* es una arista del segundo cuerpo. Desde el punto *s′* trácese una línea paralela á la de la tierra hasta encontrar la de interseccion *u* v en el punto 5; desde este se levanta una perpendicular que corte las degradantes *x* v, *y* v; desde los puntos 5′-5″ donde las ha cortado la perpendicular se trazan líneas paralelas á la de la tierra hasta encontrar la perpendicular levantada en *s′* en los puntos *j′*, *k′*: la línea *j′ k′* es otra arista del segundo cuerpo. Desde el punto *t′* se tira la paralela á la de la tierra hasta encontrar la de interseccion *u* v en el punto 6, en el cual se levanta una perpendicular que corte las degradantes *x* v, *y* v, en los puntos 6′ 6″; desde estos se llevan líneas paralelas á la de la tierra hasta encontrar la perpendicular levantada en *t′*, en los puntos *m′*, *n′*: la línea *m′ n* es la tercera arista del segundo cuerpo del objeto. Tírense pues las lineas *h′ j′*, *h′ m′*; *i′ k′*, *i′ n′*, y las ocultas *m′ j′*, *n′ k′*, con las cuales queda trazado el segundo cuerpo. Finalmente desde el punto *o′* se traza una línea paralela á la de la tierra hasta encontrar la de interseccion *u* v en el punto 7; en este se levanta la perpendicular 7-7′ hasta encontrar la degradante *z* v; desde el punto 7′ se lleva la paralela á la de la tierra hasta encontrar la perpendicular levantada en el punto *o′* en *ñ′* el cual es la cúspide de la cubierta; trácense las líneas *ñ′ i′*, *ñ′ k′*, *ñ′ n′*, y tendremos representado el objeto en perspectiva.

Modo tercero.

54. En la planta A *(fig.* 16*)* se traza la línea o s á la misma distancia é inclinacion con respecto á ella á que está en la figura 14, y el cuadro C donde se ha de representar, se hace del mismo tamaño, trazando la línea horizontal á igual altura que en el cuadro de aquella; y para que los datos sean iguales á los modos anteriores, se pone el punto de la distancia en la misma que se halla en ellos, y la línea s D paralela al eje del cono, á la misma distan-

cia de éste, á que estan de la línea vertical las márgenes del cuadro. La línea S D como queda dicho, es la proyeccion horizontal de un plano vertical perpendicular á la seccion, cuya línea de interseccion de entre este y el plano donde exîste el objeto está representada en el cuadro por la línea *u* V, (33) las alturas del objeto geométrico *x*, *y*, *z*, se colocan en la márgen del cuadro, y desde ellas se trazan las degradantes al punto de vista.

Desde los puntos 1', 2, &c. de la planta A se tiran visuales á E, y los puntos 1'', 2'', &c. donde las visuales cortan la seccion se llevan al cuadro sobre la línea de la tierra á uno y otro lado y á las mismas distancias de la vertical, á que están en A del eje del cono visual, y se señalan con sus correspondientes números levantando desde todos ellos perpendiculares indefinidas. Desde los puntos 1, 2, &c. en A, se trazan líneas perpendiculares á la paralela S D; desde los puntos 1', 2', &c. donde las perpendiculares la cortan, se tiran visuales al punto E; los puntos *a*, *h*, *ñ*, *n*, *f*, *k*, *c*, donde las visuales han cortado la seccion O S, se trasladan al cuadro en la línea de la tierra, á la misma distancia de la vertical á que están en la seccion del eje del cono, señalándolas con sus correspondientes letras *a*, *h*, *ñ*, &c. y levantando desde todos estos puntos perpendiculares que corten las degradantes *u* V, *x* V, *y* V, *z* V.

Estando en esta disposicion, no hay mas que llevar líneas horizontalmente desde todos los puntos de proyeccion del plano vertical escorzado, hasta encontrar cada una su correspondiente perpendicular indefinida, levantada desde los puntos que se transportaron á la línea de la tierra tomados de las intersecciones de la seccion causadas, de las visuales trazadas desde los puntos del objeto al punto de la distancia, procediendo de este modo.

Desde los puntos *a'* *b'* donde la perpendicular levantada en *a* cortó las degradantes *u* V, *x* V, se tiran líneas paralelas á la de la tierra como *a'* *a*, *b'* *b*, hasta encontrar en los puntos *a*, y *b*, la indefinida trazada desde el punto 1; la línea *a b* será una arista del primer cuerpo del objeto. Desde los puntos *c'* *d'* donde la perpendicular levantada en *c*, ha cortado las degradantes *u* V, *x* V, se llevan líneas paralelas á la de la tierra, como *c' c*, *d' d*, hasta encontrar en los puntos *c* y *d* la

perpendicular trazada desde el punto 2; la línea $c\ d$ será otra arista del primer cuerpo. Desde los puntos $f'\ g'$ donde la perpendicular levantada en el punto f ha cortado las degradantes u v, x v, se trazan las líneas $f'\ f$, $g'\ g$, hasta encontrar en f y g la perpendicular trazada en el punto 3; la línea $f\ g$ es la tercera arista del primer cuerpo: luego con tirar las líneas $a\ c$, $a\ f$, $b\ d$, $b\ g$, y las ocultas $c\ f$, $d\ g$, tendremos degradado el primer cuerpo del objeto.

Desde los puntos h', h'', donde la perpendicular h ha cortado las degradantes x v, y v, se tiran paralelas á la línea de la tierra hasta encontrar en h y en i la indefinida levantada en el punto 4; tírese la línea $h\ i$ que será una arista del segundo cuerpo del objeto; desde los puntos j', k', donde la perpendicular subida del punto k ha cortado las degradantes x v, y v, se llevan líneas paralelas á la de la tierra, hasta encontrar en los puntos j y k la perpendicular levantada en el punto 5; la línea $j\ k$, es otra arista del segundo cuerpo; desde los puntos $m'\ n'$, donde la perpendicular subida del punto n ha cortado las degradantes x v, y v, se llevan paralelas á la línea de la tierra, hasta encontrar en los puntos m, n, la perpendicular levantada en el punto 6; la línea m, n es la otra arista del segundo cuerpo; tírense las líneas $h\ j$, $h\ m$, $i\ k$, $i\ n$, y las ocultas $j\ m$, $k\ n$, y tendremos el segundo cuerpo del objeto en perspectiva.

Finalmente, desde el punto $\tilde{n}'$ donde la perpendicular $\tilde{n}$ ha cortado la degradante z v, llévese la línea $\tilde{n}'\ \tilde{n}$, paralela á la de la tierra; el punto $\tilde{n}$ donde corta la perpendicular levantada en el punto 7, es la cúspide de la cubierta; tírense las líneas $\tilde{n}\ i$, $\tilde{n}\ k$, $\tilde{n}\ n$, y tendremos todo el objeto en perspectiva.

Por estas dos últimas operaciones se ve palpablemente la union que tienen entre sí la geometría descriptiva y la perspectiva, diferenciándose solamente en que la primera solo trata de las proyecciones geométricas, con el objeto de hallar por medio de ellas la posicion y dimension de las líneas; y la segunda de trazar por medio de las mismas proyecciones geométricas los contornos aparentes que los objetos presentan á nuestra vista; si observamos las dos figuras anteriores, notaremos que la línea u v, es la interseccion

comun de dos planos horizontal y vertical, perpendiculares entre sí, y perpendiculares tambien al plano escenográfico en el cual están representados; y por medio de las proyecciones geométricas de aquellos, se hallan los puntos en el espacio que determinan en el escenográfico los contornos del objeto que se intenta representar.

Modo cuarto.

55. Se dispondrá el cuadro D (*fig.* 17.) y la proyeccion horizontal B iguales á los de la figura anterior, poniendo en esta las dos paralelas, que representan las proyecciones de los dos planos verticales, cuyas líneas son S D, y O P. Prolónguense las líneas 1-2, 1-3, 2-3, hasta encontrar cada una dos de las tres proyectadas O S, S D, O P; por la regla que dimos (38) se hallan los puntos accidentales de las tres líneas 1-2, 1-3, 2-3, y tendremos en la línea horizontal en X el punto accidental de la línea 1-2, en Z el de la línea 1-3, y en Y el de la línea 2-3; estos dos últimos salen fuera del cuadro, pero ya se deja conocer que se han de hallar en las prolongaciones de la línea horizontal, y de las líneas en que está colocada la letra. En la planta B se tiran visuales al punto E desde 1, 2, &c. los puntos 1′ 2′, &c. donde las visuales han cortado la seccion, se llevan á la línea de la tierra en el cuadro D, y se señalan con sus correspondientes números levantando en ellos perpendiculares indefinidas como en los modos anteriores.

Esta operacion, aunque muy ventajosa, necesita de uno de los otros modos para hallar un ángulo del objeto, y asi supondremos que tenemos ya representado el ángulo *a b h i ñ*, y hallaremos por este método los restantes.

Desde el punto *a* se tira una línea en direccion al punto X hasta encontrar en *c* la perpendicular levantada en el punto 2; desde *b*, se tira otra en la misma direccion hasta tocar dicha perpendicular en el punto *d*; desde *h* se tira la línea *h j* en la misma direccion, hasta hallar la perpendicular levantada en el punto 5; desde *i* se tira la *i k* hasta encontrar la misma perpendicular 5 con igual direccion al punto X. Las líneas *c d*, *j k*, *k ñ*, tiradas por los puntos hallados, forman otro ángulo del objeto.

Tírese la línea *a f*, en direccion al punto accidental z, hasta tocar la perpendicular levantada sobre el punto 3; tírese la *b g* hasta encontrar la misma perpendicular, y dirigida al punto z, trácese la *h m*, en igual direccion hasta tocar la perpendicular levantada sobre el punto 6: tírese la *i n*, hasta cortar la misma perpendicular y en direccion al punto z. Las líneas *f g*, *m n*, *n ñ*, forman el tercer ángulo del objeto. Finalmente, con las líneas ocultas *n k*, *g d*, *f c*, que concurren al punto accidental Y, tendremos el objeto en perspectiva.

58. Estos cuatro modos de plantear la operacion que hemos practicado, los llamaremos *reglas* distinguiéndolas con los nombres de 1.ª 2.ª 3.ª y 4.ª por el órden sucesivo con que se han esplicado, los cuales como hemos visto dan resultados iguales, lo que prueba su exactitud; y así las podemos usar indistintamente seguros de que no se alterarán los resultados haciendo uso de cualquiera de ellas, sin embargo de que segun los casos que se pueden ofrecer son las unas preferibles á las otras. Haremos algunas observaciones de las circunstancias del sitio en que se hayan de egecutar, y segun ellas aplicaremos la regla que se debe usar para desempeñarlos con mas facilidad.

59. Si tuviesemos que representar una perspectiva en lo interior de un edificio ó en otro sitio cualquiera, donde no hubiese mas estension que aquella que ha de ocupar la obra, en este caso nos serviremos de la primera regla, pues para el uso de esta se puede tener la planta y alzado geométrico separados en otra superficie donde quepa cómodamente el punto de la distancia, y de este modo se puede egecutar la obra sin mas estension que la que ella ocupe.

60. La segunda regla necesita la estension suficiente para el punto constante, pero siempre que la haya es preferible á la primera, porque con solo la planta geométrica y las alturas de los objetos en la márgen del cuadro, es suficiente, escusándose el alzado que las mas veces es muy penoso, porque hay que hacerle movido y con todas las líneas ocultas.

61. La tercera presenta mas comodidad para los objetos cuya planta se componga de líneas curvas, pues como en ella se toman puntos á arbitrio, y tantos mas cuanto mas jus-

tificados se quieran obtener sus contornos; es preferible á la anterior, respecto de la primera porque se escusa el alzado geométrico movido; y de la segunda porque no hay necesidad de escorzar la planta; pues como hemos visto, se halla desde luego cada punto escorzado en su respectiva altura, y tiene tambien la comodidad de no necesitar mas estension que la que coge la obra.

62. La cuarta, habiendo estension suficiente para los puntos accidentales y componiéndose la planta de líneas rectas, es preferible á todas las demas; aunque con el auxîlio de alguna de las otras, con la cual teniendo representado un solo ángulo del objeto y hallando por la planta los puntos donde se han de levantar las perpendiculares indefinidas en el cuadro, se trazan por medio de los puntos accidentales las líneas pertenecientes á todos los resaltos que tenga el objeto; de modo, que cuanto mas complicado sea este, y mas abunde de partes entrantes y salientes, tanto mas se advierte su utilidad.

Sin embargo, cualquiera de los modos ó reglas que hemos enunciado tiene recursos para poner en perspectiva cualquiera objeto, sea cual fuere su forma y posicion, pues que segun veremos mas adelante, se puede usar de los puntos accidentales para representar los cuerpos curvilíneos, y tambien aunque no haya estension donde colocarlos, se pueden usar construyendo unas escalas proporcionales en la márgen del cuadro, que sirvan para que las líneas que se hagan en él estén en la direccion de los puntos accidentales. Conviene, pues, adquirir mucha destreza en todas las reglas, porque cuando un objeto se compone de diferentes superficies, ó si hubiese que representar á un mismo tiempo varios que tengan diversas formas y posiciones, se puede aplicar la regla que mas facilidad presente en cada parte de la obra, pues como ya hemos visto, los resultados no varian.

IX.

DE LAS ESCALAS PROPORCIONALES

QUE SIRVEN PARA DIRIGIR LAS LÍNEAS

Á LOS PUNTOS ACCIDENTALES.

63. Representando las cabezas de los maderos de la cubierta de un edificio, vamos á demostrar la utilidad de los puntos accidentales, haciendo uso de las escalas proporcionales, sirviéndonos para mayor claridad de dicha utilidad el modo de representar los espacios que hay entre los maderos.

Sea A (*fig.* 18.) la planta de la cornisa de coronacion de un edificio; B el perfil; C el cuadro donde se ha de representar, vista fuera de ángulo, egecutando la operacion por la regla cuarta; colocada la seccion, el punto de la distancia, y hallados los puntos accidentales, se representará un ángulo de la cornisa por una de las otras reglas como se ha dicho (52, 53 y 54) y dirijiremos las líneas desde todos los puntos del ángulo hallado, á los puntos accidentales; pero en los casos como el presente, en que el objeto tenga algun miembro interrumpido, como sucede en las cabezas de los maderos que por no ser un miembro continuado desaparece en el ángulo, en este caso se considera como sino hubiese espacios, formando un miembro seguido cuyo ángulo en la planta estaria en el punto *b*. Habiendo, pues, representado en el cuadro el ángulo, señalado en la planta con los puntos *a b*, *c d*, por la regla tercera, segun está indicado en la figura, le tendremos representado con las aristas $a'' a'$, $b'' b'$, $c''' c'$, $d'' d'$, y dirijiendo desde todos sus puntos líneas á los accidentales, tendremos representado el objeto.

64. Si al tiempo de hallar los puntos accidentales no

hubiese la estension suficiente para uno de ellos, como sucede en esta figura con el punto donde concurren las líneas paralelas á la $f\ a$, para estos casos se construyen en la márgen del cuadro unas escalas proporcionales con cuyo auxîlio se dirijen las líneas como si hubiese los puntos accidentales, y se hacen de este modo.

Desde el punto f en A donde la línea $a\ f$ toca en la paralela F K, se dirije la visual al punto de la distancia; el punto h donde esta corta la seccion, se lleva al cuadro al lado izquierdo de la vertical, porque procede de la paralela de este mismo lado, y le tendremos en el cuadro en el punto h''. Una de las alturas del perfil en B por ejemplo la superior m, se lleva á la márgen del lado izquierdo del cuadro, y será m'''; desde este punto se traza la degradante m''' V; desde el punto h'' se baja una vertical hasta encontrar la degradante en el punto f'; para esto se supone hallado ya el ángulo representado en el cuadro, como dijimos (55) tírese pues, la línea $a''\ f'$, prolongándola hasta las márgenes del cuadro, tocando en la una en el punto t, y en la otra en q, advirtiendo que no importa el que á una de las líneas de la márgen, la encuentre á mayor altura que la del cuadro, como sucede en el punto q que se halla mas elevado. La línea $q\ t$, representa la superior del objeto, y concurre al punto accidental del lado donde no tenemos suficiente estension en que colocarle, y como esta línea está ya en perspectiva representada en el cuadro, pues hemos hallado dos de sus puntos, si la prolongásemos hasta encontrar la horizontal la hallaria precisamente en el punto accidental.

Las líneas q O, t O′, de las márgenes del cuadro, son lados homologos de triángulos semejantes formados de la línea horizontal, y de la $q\ t$, porque prologando esta y la línea O O′ hasta que se encuentren, el ángulo que formarán es comun á dos triángulos, el primero compuesto de las líneas O O′, $q\ t$, prolongadas, y de la línea q O; el segundo de las dos prolongaciones de dichas líneas y de la t O′; el ángulo en O es igual al ángulo en O′ por rectos; el ángulo en q igual al ángulo en t por correspondientes, y el ángulo en el punto accidental es comun á los dos triángulos: luego el lado t O′, es proporcional al lado q O; si dividimos

estos lados en un mismo número de partes, estas serán tambien proporcionales, y las líneas que pasen por las divisiosiones de las partes correspondientes de estos lados, prolongadas hasta la línea horizontal, concurrirán precisamente en el punto accidental.

65. Para construir, pues, las escalas se dividen las dos líneas $t\ o'$, $q\ o$, en un número de partes por ejemplo en ocho; estas divisiones se repiten tambien por la parte inferior del horizonte, numerándolas por la parte superior é inferior de la línea horizontal; cada division se subdivide en otras mas pequeñas para que los resultados salgan mas exactos; en esta figura se han dividido en cuatro cada una de las partes de la escala, y con un punto del objeto vamos á manifestar su uso.

Para dirijir una línea al punto accidental desde el punto y se pondrá la regla de modo que estando tocando en este, se halle en el correspondiente número y subdivision de las dos escalas, como lo demuestra la figura; cuya línea pasa por la division segunda y tres cuartos de la parte superior de la línea horizontal, al mismo tiempo que por el punto y, cuya línea podemos estar seguros que está dirijida al punto accidental. Cuando no ajuste la regla exactamente en las subdivisiones hechas, se debe presentar de modo que sin dejar de tocar en el punto desde el cual se quiere trazar la línea, esté entre las dos divisiones correspondientes, proporcionando sus partes á ojo, pues de este modo estará la línea en su lugar, y en el caso de alguna inexactitud será la diferencia tan pequeña que no será perceptible.

Lo mismo que se ha hecho cuando no hay bastante estension para un punto accidental, se egecuta cuando no le haya para dos, ó mas puntos, segun las distintas direcciones de los objetos que se tengan que representar á un tiempo; entonces duplicaremos, triplicaremos &c. las escalas pareadas, distinguiéndolas con un signo cualquiera, para conocer cuales son las que pertenecen á cada punto, logrando por este medio el poder hacer uso de los puntos accidentales, aprovechándose de sus ventajas aun cuando no haya toda la estension que se necesite.

Algunos usos de los puntos accidentales.

66. Vamos á manifestar en esta misma figura los medios de manejar los puntos accidentales, cuyos medios sirven para facilitar en gran parte las operaciones. Despues de hallado el punto accidental donde concurren las líneas paralelas á la *a e*, que está en la horizontal en el punto x, teniendo ya las escalas que sirven para dirijir al punto accidental las líneas que son paralelas á la *a f*, ó el mismo punto si hay estension para ello; y habiendo representado un ángulo del objeto, vamos á trazar lo restante de él con el auxilio de los puntos accidentales; pues las escalas se han hecho en esta figura para dar á conocer su uso, y en lo que vamos á esplicar se hará por ellas, ó por el punto, si hay estension para colocarlo.

Queda arriba dicho que desde el ángulo representado ya no hay mas que de todos sus puntos dirijir líneas á los accidentales, para tener en perspectiva todo el objeto, pero como las cabezas de los maderos se han considerado como un solo miembro sin interrupcion alguna, los vamos á trazar haciendo desaparecer la parte de miembro comprehendida entre ellos. Para lo cual desde los puntos *s*, *s*, &c. de las frentes de los modillones en A, se dirijen visuales al punto de la distancia, y los puntos *s'*, *s'*, &c. donde las visuales cortan la seccion, se transportan á la línea superior del cuadro, bajando verticales desde ellos hasta cortar las líneas dirijidas á los puntos accidentales desde *b' b''*; los puntos *s'*, *s'*, &c. donde las cortan, son los ángulos de las frentes de los maderos ó modillones; desde todos estos puntos se trazan las líneas *s' r'*, *s' r'*, &c. dirijidas á los puntos accidentales, las de cada lado al punto que las corresponde, hasta encontrar las líneas tiradas ya desde los puntos *c''*, *c''*; finalmente, se trazan las perpendiculares como *r' r'*, y quedan representadas las cabezas de los maderos, habiendo desaparecido la parte de miembro que componia el ángulo, y las demas que habia entre ellas.

67. Para conocer cuán fundada es la preferencia que damos á los puntos accidentales cuando se llega á adquirir destreza en usarlos, vamos á hacer ver en esta figura 18, en cuya planta solo tenemos tres maderos ó modillones en

un lado y dos en el otro, los cuales están ya representados en el cuadro, y como en este y en la abertura del cono visual, hay estension para poder prolongar el objeto aumentando el número de modillones hasta llegar á las márgenes, esto lo haremos con mucha facilidad por medio de los puntos accidentales, escusándonos el trabajo de crecer la planta, sirviendo tambien para los casos en que no haya disposicion para tener planta mayor.

Esto se consigue hallando el punto accidental donde concurren las diagonales de los cuadrados de las superficies horizontales de los maderos; tambien hay casos en que los objetos que se ofrezca degradar de este modo no serán perfectamente cuadrados, como sucede en esta figura con los espacios que hay entre los maderos; para poder aplicar la misma regla que en los cuadrados de los maderos en los espacios que no lo son, se construye el cuadrado auxiliar L M N R, de modo que sus lados sean iguales á la abertura que hay entre los maderos, las diagonales de este cuadrado son paralelas á las de los cuadrados de la planta de los maderos, y por lo tanto concurren á los mismos puntos accidentales que estos.

El lado M N se prolonga hasta formar ángulo en P con la proyectura de la línea P O, que es la que pertenece á los cuadrados auxiliares que suponemos entre los espacios de los maderos del otro lado del objeto. Se representa en el cuadro el punto P′ del mismo modo que los demas del ángulo; desde este punto se dirijen líneas á los accidentales y con las que se trazaron desde el punto c''' están comprehendidos los lados de los cuadrados auxiliares que como M N, L R, suponemos en todos los intermedios de los maderos.

68. Las diagonales L N, y r s, y todas las de los cuadrados horizontales son paralelas, y por consiguiente han de concurir á un mismo punto accidental representadas en el cuadro; búsquese, pues, el punto accidental de la diagonal L N y le tendremos en la horizontal en Z, al cual han de concurrir las diagonales de los cuadrados. Con este punto acidental y las líneas trazadas ya en el cuadro de los lados de los cuadrados, hay lo suficiente para aumentar las cabezas de los maderos hasta donde se necesite, sin necesidad de plan-

ta, haciendo uso de los puntos accidentales de este modo.

Prolongando en el cuadro la línea $r'' s''$ en la misma direccion del punto accidental x hasta encontrar en u' la línea P′ P″, desde el punto u' se dirije una línea á z punto accidental de las diagonales, hasta encontrar la línea trazada desde c''' en el punto n' y desde este se tira la línea $n' m'$ en direccion á x hasta encontrar la línea trazada desde el punto b'' en m': en la direccion de z se tira la diagonal $m' o'$: La línea trazada desde r' en direccion de x ha cortado dos líneas determinando dos puntos á un tiempo en s' y en u'; el primero ha determinado el ancho de la frente del madero, y el segundo dirijiendo desde él la línea al punto accidental de las diagonales, ha determinado el espacio que hay entre uno y otro madero; de modo, que prosiguiendo así, hallando por medio de las diagonales de los cuadrados los puntos para las frentes y para los espacios, se irán trazando los cuadrados horizontales de los maderos, y de sus intervalos, bajando despues las perpendiculares como $n' n''$, $m' m''$, $o' o''$, $t' t''$ y trazando en la direccion de x las líneas como $n'' m''$, $o'' t''$, tendremos trazadas las cabezas de los maderos que caben en el cuadro.

69. De este mismo modo y segun va indicado en la figura, se hallan los que faltan para completar el otro lado, con solo la diferencia de que las líneas de los costados de los maderos, van al punto accidental de las escalas.

70. El uso que acabamos de hacer de los puntos accidentales, es aplicable á todos los objetos, pues si fuesen poligonales, ó curbilíneas sus proyecciones horizontales, las podemos sujetar por medio de cuadrícula, y degradar esta como se dijo (48).

Para mayor claridad de lo que va esplicado, haremos algunos egemplos que sirvan para adquirir toda la práctica que debe tenerse en las cuatro reglas que hemos enunciado, unas veces sirviéndonos de ellas por si solas, y otras mezclándolas segun lo requiera la forma de los objetos que se hayan de degradar.

X.

EGEMPLO I.

Poner en perspectiva un ángulo del cimacio de un capitel corintio con sus cauliculos.

71. Sea A el perfil del ángulo del cimacio con la voluta; B la proyeccion horizontal; C la proyeccion vertical, y D el cuadro donde se ha de hallar la proyeccion escenográfica, E el punto de la distancia, G su altura, la línea H K es la seccion vertical y horizontal de la base del cono; este egemplo le vamos á resolver por la regla primera.

En el perfil A supondremos dada la seccion A B en el vástago del cauliculo: su proyeccion horizontal en B la tendremos en los números 1,-2,-3,-4,-5, y la vertical en C con las letras *a b c d e*; si desde los puntos 1,-2 &c. se tiran visuales al punto de la distancia E; los puntos 1'-2', &c. donde las visuales han cortado la seccion H K, los llevamos al cuadro colocándolos á la distancia de la vertical V X, á que están en la seccion del eje del cono E F, levantando perpendiculares indefinidas en ellos. Si desde los puntos *a b c* &c. dirijimos visuales á la altura del punto de la distancia, y desde los puntos donde estas cortan la seccion llevamos paralelas á la línea horizontal, los puntos a' b' c' d' e' donde estas cortan las indefinidas levantadas desde los puntos 1, 2, &c. representan la proyeccion escenográfica de la seccion A B, que supusimos dada al vástago de la voluta.

72. Supongamos otra seccion C D dada en el mismo vástago en A; su proyeccion horizontal será 6-7-8-9-10, y la vertical *f*, *g*, *h*, *i*, *j*; egecutando con estas dos proyecciones lo mismo que con las anteriores, hallaremos en el cuadro la proyeccion f' g' h' i' j'; trácese desde una proyeccion á otra las líneas a' f', b' g', c' h', d' i', e' j', y tendremos los contornos esteriores é interiores de una par-

te del vástago del caulículo. Prosiguiendo considerando secciones dadas á pequeñas distancias unas de otras en toda la espiral de la voluta, y egecutando lo mismo que con las anteriores, se hallará todo su contorno representado en el cuadro.

73. Los ángulos del cimacio los hallaremos por la misma regla segun está indicado en la figura, é imaginándose dadas secciones á pequeñas distancias como la L M, con sus proyecciones geométricas se hallará la escenográfica, llevando los contornos de proyeccion en proyeccion hasta obtener todo el ángulo del capitel en perspectiva.

EGEMPLO II.

Poner en perspectiva una basa de órden toscano.

74. Sea A (*fig.* 20) la proyeccion horizontal de la basa, la que vamos á representar vista fuera de ángulo, y por la regla segunda en la que dijimos se debe degradar en el cuadro toda la planta, cuya operacion podemos simplificar de este modo; colocada la línea de la tierra B C, y la horizontal D E, se degrada el cuadradro del plinto como se dijo (48) y para obtener en el cuadro los círculos, se trazarán en la proyeccion horizontal las líneas *s s*, *s s*, &c. y las *o t*, *o t*, &c. (46) que se cruzan en los puntos donde las diagonales cortan los circulos; desde los puntos *s*, *s*, &c. de la línea *z v*, se llevan á la línea de la tierra las perpendiculares *s r*, *s r*, &c. desde los puntos *r*, *r*, &c. diríjanse líneas al punto de vista hasta encontrar la línea *a b*, ya degradada; en los puntos *s'*, *s'*, &c desde estos se dirijen líneas al punto accidental X que se halla en la horizontal, por las prolongaciones de las líneas *a d*, y *b c*; si desde los puntos *o*, *o*, &c. de la línea *x z*, hiciesemos la misma operacion, tendriamos degradadas tambien las líneas *o t*, *o t* &c. y con estas y las anteriores representariamos en el cuadro una cradrícula por la que trazariamos los círculos; pero se puede hacer mas simplificado, trazando en el cuadradro *a b c d* las diagonales *a c*, y *b d*, y por los puntos donde

estas cortan las líneas $s' r'$, $s' r'$, &c. determinan los puntos por donde han de pasar las líneas $o' t'$, &c. por los cuales trazaremos los círculos, y tendremos toda la planta en perspectiva.

Desde todos los puntos de la proyeccion escenográfica de la planta, no hay mas que llevar las líneas por el plano horizontal degradado, hasta la de intercesion; desde los puntos donde han tocado á esta levantar perpendiculares por el plano vertical á cortar las degradantes respectivas de cada punto, volviendo despues horizontalmente hasta encontrar sus perpendiculares como se dijo (53) y segun va indicada la figura.

Aquí nos parece el lugar mas á propósito para prevenir que las superficies curvas presentan á la vista una línea que la sirve de contorno; cuyos puntos no suelen estar en direccion conocida, y por lo tanto hay necesidad de sujetar estos contornos aparentes tomando varios puntos en las proyecciones geométricas, para que degradados estos, nos faciliten el hallar los contornos de las superficies curvas que sirven de término á nuestra vista.

75. En el alzado F de la misma figura 20 en el contorno de la superficie curva del toro, se han tomado los puntos u, u, para justificar mas el resultado; estos por estar bajo una misma perpendicular se hallan en un solo círculo $\tilde{n}$ $\tilde{n}$ &c. en la proyeccion horizontal A, cuyo círculo se degrada como los demas, y segun está indicado en el cuadro: halladas tambien sus alturas en las degradantes que las corresponden, y representadas como partes que componen el toro, entonces tendremos trazados cinco círculos, los dos que se acaban de trazar y los tres que teniamos ya: una línea que pase tangente por todos ellos, formará el contorno aparente del toro que se presenta á la vista. Lo mismo se debe hacer en las escocias y en cualquiera otra curva que se ofrezca degradar, pues se tomarán en sus contornos tantos mas puntos cuanto mas justificados se quieran hallar.

EGEMPLO III.

Poner en perspectiva una escalera de caracol.

76. Sea A *fig* 21 la proyeccion horizontal de la mitad de la escalera, por ser suficiente media planta se ha omitido la otra media, y de esta suerte ha podido hacerse mayor la figura; esta se ha de representar por la regla que se dió en el modo tercero de plantear la operacion, la cual dijimos que era la mas conveniente para los objetos de plantas curbilíneas. La línea D F es la mitad de la seccion, la línea B D es la paralela, y el punto de la distancia está fuera de la lámina en la prolongacion de la línea E F que es el eje del cono; este punto está tomado á la distancia competente para que el cuadro H G B′ D′, esté inscripto en la base del cono, las márgenes del cuadro G H y B′ D′ han de estar en él á la misma distancia de la vertical *p q* á que está la línea B D del eje del cono E F.

En las líneas B′ D′, H G se señalan las alturas de los peldaños 1-2-3 &c. hasta tener el total de la escalera, desde cuyas alturas se trazan las degradantes. En A se dirijen visuales al punto de la distancia, desde los puntos 1, 2, 3 &c. hasta los 12 que caben en el círculo que cortan la línea de seccion en los puntos 1′, 2′, 3′ &c. cuyos puntos se transportan á la línea de la tierra á derecha é izquierda de la vertical *p q*, pues como no tenemos mas que media planta, se han de considerar otros tantos puntos de la otra media equidistantes de la vertical, pues lo serian en la planta del eje del cono visual; en unos y otros se levantarán perpendiculares indefinidas. En A se tiran visuales desde los puntos *a*, *b*, *c* &c. del círculo del ojo de la escalera, y los puntos *a′*, *b′*, *c′* &c. donde cortan la seccion se transportan á la llnea de la tierra, y se levanta asimismo perpendiculares indefinidas en ellos.

Desde los puntos 1-2-&c. en A, se trazan líneas perpendiculares á la paralela B D; desde los puntos 1′, 2′, &c. de esta

línea se dirijen visuales al de la distancia hasta cortar la seccion; los puntos 1″, 2″, 3″, &c. de la seccion, se transportan á la línea de la tierra; desde la línea vertical hácia el lado de la márgen B′ D′ levantando perpendiculares en ellos hasta cortar con cada una las degradantes del peldaño del número que le corresponde. Desde los puntos donde ha cortado la perpendicular 1′ las degradantes *o* V, 1 V, del primer escalon, se llevan líneas paralelas á la de la tierra hasta encontrar la perpendicular levantada en el punto 1; la línea comprehendida entre las dos paralelas, es la altura degradada del primer peldaño. Desde los puntos donde ha cortado la perpendicular 2′ las degradantes 1 V, 2 V, se llevan líneas paralelas á la de la tierra hasta encontrar la indefinida levantada en el punto 2; la porcion de esta comprehendida en aquellas, es la altura degradada del segundo escalon; y del mismo modo se hallan las alturas degradadas del tercero, cuarto, &c. como lo indica la figura.

Finalmente, desde los puntos *a*, *b*, *c*, &c. en A, se trazan líneas perpendiculares á la paralela B D; desde los puntos *a*′, *b*′, *c*′, *d*′, &c. de la línea B D se dirijen visuales hasta cortar la seccion; los puntos *a*″, *b*″, *c*″, &c. de la seccion, se transportan á la línea de la tierra, desde la línea vertical hácia el lado de la márgen G H, porque no se confundan con los puntos tomados ya en el otro lado, pues el resultado es igual haciéndolo en uno ú otro. Desde los puntos *a*′ *b*′ *c*′ &c. de la línea de la tierra, se suben perpendiculares hasta que la de *a* corte las degradantes *o* V, 1 V, la de *b*, las degradantes 1 V, 2 V, la de *c* las degradantes 2 V, 3 V, &c. desde cuyos puntos se tiran líneas pararelas á la de la tierra, hasta cortar sus correspondientes perpendiculares, de modo que en *a* está representada la altura del primer peldaño en *b*, la del segundo &c. Trazando, pues, las las líneas desde 1 hasta *a*, desde 2 hasta *b*, desde 3 hasta *c*, &c. quedará trazada la escalera.

EGEMPLO IV.

Poner en perspectiva una continuacion de Arcos en dos direcciones.

77. Sea A figura 22 la proyeccion horizontal de los arcos que se hallan en la direccion de las líneas *b c*, y *a d* perpendiculares entre sí: B la proyeccion vertical de la mitad de un arco: C el cuadro: el arco *f j i* es la montea á la cual se circunscribe el paralelogramo *f g h i*; desde *k* como centro se trazan las diagonales *k g*, *k h*, que cortan el arco en los puntos *m*, *n*, de los cuales, y del superior y arranques del arco, se llevan las alturas á la línea F G, y tambien todas las demas alturas de la proyeccion vertical del objeto señalándolas con los puntos 1, 2, 3, 4, 5, &c. La línea *a b* es la seccion de la base del cono, el punto de la distancia se halla fuera de la lámina, y colocado segun se dijo (44). Este objeto se representa por la regla que dimos en el modo cuarto de plantear la operacion; para esto se hallarán los puntos accidentales de las líneas *b c*, *a d*, cuyos puntos están en la línea horizontal E D, el uno en D y el otro fuera de la lámina; los puntos 1, 2, &c. de la línea F G se trasladan á la márgen del cuadro sobre la perpendicular levantada en el punto *b'*, en cuya línea no sufren degradacion alguna las alturas geométricas, pues el punto *b'* está á la misma distancia de la línea vertical que *b* del eje del cono visual, y este punto es tambien donde toca la seccion la línea de proyeccion de una de las superficies de los arcos, por cuya razon en la línea levantada en el punto *b'* se conservan sin degradacion las alturas del objeto.

Desde todos los puntos de la linea *c b* en A se dirijen visuales al de la distancia hasta cortar la seccion *a b*, y llevando los puntos donde la cortan á la línea de la tierra *a' b'*, se levantan perpendiculares indefinidas en ellos: desde los puntos 1, 2, 3 &c. de las alturas tomadas en la perpendicular levantada en *b'* y en direccion al punto accidental que está fuera de la lámi-

na, se trazan líneas que corten todas las perpendiculares hasta tocar en la línea levantada en el punto c': desde todos los de la línea a c, en A, se dirijen líneas al punto de la distancia, hasta cortar la seccion; y los puntos de esta se transportan á la línea de la tierra levantando perpendiculares indefinidas en ellos. Desde los puntos 1, 2, &c. de la perpendicular levantada en c' y en direccion al punto accidental D, se trazan líneas que corten todas las indefinidas trazadas en los puntos entre c' a'.

Finalmente, desde todos los puntos que como k' en C representan los centros de los arcos, se trazan las diagonales k' h', k' g', con las cuales y las líneas ya tiradas queda representada en el cuadro la traza que se hizo en la montea geométrica; una curva que pase por los puntos semejantes á los de la montea, representará los arcos en perspectiva. Para representar los gruesos de los arcos, ó lo que es lo mismo los arcos cuyas proyecciones son en el plano A las lineas x y, x z, no hay mas que repetir la operacion que se acaba de hacer, con solo la diferencia de que las alturas geométricas no deben señalarse en la línea levantada en el punto b' sino en la que se trace sobre o', pues en o' se representa el punto o que es en el que la prolongacion de la línea x z, ha cortado la continuacion de la seccion, en cuyo punto no degradan las alturas.

Pero puede omitirse esta segunda operacion valiéndose de las ventajas que proporciona el uso de los puntos accidentales, pues con solo hallar en el cuadro la perpendicular indefinida de uno de los puntos pertenecientes á la línea x y, se pueden hallar representados los arcos que estén proyectados sobre ella. Tómese por egemplo en A el punto p, desde el cual dirijiendo una visual al de la distancia y transportando el punto donde corte la seccion á la línea de la tierra, estará representado por el punto p' en el cual se levantará la perpendicular indefinida.

Desde los puntos f', g', de la perpendicular levantada en c' se dirijen líneas al punto accidental D hasta cortar la indefinida levantada en p' en los puntos f'' g''; desde estos y en direccion al punto X que está fuera de la lámina, se tiran líneas que pasen por detrás de los arcos trazados en la misma direccion, las cuales son las alturas de los rec-

tángulos; desde todos los puntos como f', g', h', i', k', y en direccion al punto accidental D, se trazan líneas hasta encontrar las nuevas alturas de los rectángulos, en los puntos f'', g'', h'', i'', k'', y con las perpendiculares f'' g'', j'' k'', i'' h'' quedan trazados los paralelogramos y sus diagonales: finalmente, desde los puntos como m', n' y en direccion al accidental D, se trazan líneas hasta encontrar las diagonales k'' h'', k'' g'', en los puntos m'' n'' con los cuales se completa toda la montea del grueso de los arcos, por la cual se trazará su contorno como se hizo antes.

Suele acontecer muchas veces, que en un cuadro por el mucho fondo que en él se puede representar caben mas objetos, ó la continuacion del que se está representando; y seria necesario tener una planta de mucha estension, como sucede en la presente figura 22, en la cual pueden representarse muchos mas arcos hácia el fondo del cuadro, que los que tiene la planta en la direccion de la línea *a d*; para continuarlos tanto como se quiera, no hay mas que hacer uso de la degradacion de cuadrados por el punto accidental de sus diagonales, como se explicó (68) y va indicado en la figura, con el punto accidental E que es donde concurren las diagonales de los cuadrados, y la operacion U que está igualmente indicada por debajo de la línea de la tierra para no interrumpir la figura; pues es igual que se ejecute en los arranques del muro, ó en un plano que se supone mas bajo, porque las perpendiculares de los cuadrados degradados serán siempre las mismas, y tambien la concurrencia de los puntos accidentales.

78 Por la traza que se ha hecho en la montea de los arcos, se han contornado con solo cinco puntos en cada uno de ellos; pero hay ocasiones en que es preciso elegir mayor número de puntos, como cuando ha de haber encasetonados, ó sean los arcos apuntados ó rebajados, y en estos casos, ya por necesidad ó por querer justificar mas sus contornos, se tomarán en su traza geométrica tantos puntos cuantos se crean necesarios, haciendo que pasen por ellos líneas auxiliares, formando cuadrículas que presenten el menor número posible de líneas para facilitar su egecucion, cuyas cuadrículas se degradan en todas direcciones, con el auxilio de los puntos accidentales, aunque el

objeto tenga partes que estén en mas de dos direcciones, pues está reducido á encontrar tres ó mas puntos accidentales.

XI.

Teniendo ya hechas las proyecciones geométricas de un objeto, representarle en un cuadro mas ó menos grande, sin necesidad de nueva planta y alzado.

79 Si la planta que está hecha de un objeto fuese A (*fig.* 23) para ser visto cómodamente la línea de seccion seria *f g*, y el punto de la distancia E; si el alzado fuese B, la proyeccion vertical de la seccion seria la línea *h i*; la altura del punto de la distancia seria la línea D E, entonces el ancho del cuadro seria igual á la línea *f g*, y su altura igual á la línea *h i*. Pero supongamos que el ancho del cuadro donde se ha de representar el objeto sea menor como la línea *j k*, y su altura como la línea *m n*, entonces se colocará la seccion mas cerca del punto de la distancia en proyeccion horizontal y vertical, de modo que sus estremos toquen á los lados del cono visual, y esten á igual distancia de la primera seccion.

Para representar el objeto en el cuadro sin que se altere la distancia y posicion en que nos hemos propuesto verle, y solo sí resulte representado proporcionalmente de menor tamaño, se hará la operacion del mismo modo que hemos practicado en las figuras anteriores, con solo la diferencia de que los puntos donde las visuales cortan la secccion, en lugar de tomarlos en la línea *f g*, se tomarán en la linea j' k' para transportarlos á la de la tierra y levantar en ellos las perpendiculares indefinidas. Las alturas geométricas del objeto que están en la línea *h i*, se transportarán á la línea m' n' en direccion á la altura E del punto de la distancia; estas alturas con la diminucion en que se hallan en la línea m' n', se colocan en la márgen del cuadro, siendo de este modo proporcional la diminucion en proyeccion horizontal y vertical de las partes del objeto.

80 Si el cuadro fuese mayor como C, su ancho F G se colocará en A, de modo que sus estremos toquen en los lados del cono al lado opuesto de la planta del objeto, y será la línea $f' g'$ paralela á la seccion $f g$: la altura del cuadro H I se colocará en B en la prolongacion de los lados del cono, y será la línea $h' i'$, paralela á la seccion $h i$. Para mayor inteligencia de lo que vamos diciendo se ha representado el objeto en el cuadro C, indicando mucha parte de la operacion tanto en él, como en las proyecciones geométricas, absteniéndonos de esplicarlo mas, por haberlo antes suficientemente practicado. Debe advertirse que en este modo de obrar nada se alteran las relaciones entre el objeto y el espectador, pues solo se disminuye ó aumenta proporcionalmente el cuadro con todo lo que le pertenece, del mismo modo que si despues de egecutado por la seccion $f g$ sirviéndose de sus alturas geométricas se hubiese disminuido ó aumentado por cuadrícula.

81 Las reglas que hemos dado y el modo de hacer uso de ellas nos parece lo suficiente para poder representar en un cuadro cuantos objetos se presenten á la vista, estando en posicion vertical de cualquiera de los tres modos que en esta posicion pueden ser vistos, de punto de medio, de ángulo, y fuera de ángulo.

Pasaremos á esplicar como se representan los cuerpos espuestos á la vista estando en posicion inclinada; el modo de hacer uso de las reglas que emplearemos en estas operaciones ademas de servir para el fin á que las aplicamos, nos pondrán mas al corriente de las que ya están esplicadas, sirviéndonos tambien de mucha utilidad cuando llegue el caso de tratar de la perspectiva aérea.

XII.

De los cuerpos inclinados.

82 El conocimiento de las proyecciones geométricas de los cuerpos inclinados, sirve ademas del uso que se ha-

ce de ellas en la perspectiva, para la arquitectura; pues facilitan el modo de trazar los cortes canteriles en las bóvedas oblicuas, y en los encuentros de unas con otras. Tambien son de mucha utilidad para la montea de una escalera, cuya planta sea una línea curva cóncava y covexâ, como suelen ser las de los púlpitos, que con motivo de tener por planta muchas veces una curva de esta naturaleza, y estar en posicion inclinada, ofrece mucha dificultad el trazar las piezas que componen el pasamano, careciendo de estos conocimientos. Ocurren ademas otros muchos casos en las artes (los que omitimos por no ser demasiado prolijos) en que hay necesidad de aplicar la doctrina de los cuerpos en esta posicion, los cuales pueden tener inclinacion de cuatro modos.

1.° Cuando se hallan las superficies que los componen oblicuamente con relacion á los dos planos geométricos, estando perpendiculares ó paralelas al plano escenográfico, resultando de menor tamaño las proyecciones geométricas que el que tienen las superficies que componen el objeto. 2.° Cuando con respecto á cada uno de los planos geométricos, el punto mas cerca del objeto es la cúspide de uno de sus ángulos sólidos, y todos los puntos de una de sus aristas están equidistantes del plano escenográfico, hallándose las superficies de que se compone escorzadas en los tres planos, en cuyo caso no representan sus verdaderas dimensiones las proyecciones geométricas. 3.° Cuando el objeto se presenta de ángulo ó de lado hácia el plano horizontal, pero que con relacion al plano escenográfico se van separando sucesivamente todos los puntos de las aristas que le componen, y por consiguiente está mas cerca de este uno que otro los estremos de su eje. Y 4.° Cuando el objeto como si rodara en su eje se presenta con relacion á los tres planos ademas de las circunstancias espresadas en el caso 3.° con mas inclinacion unas que otras las superficies de que se compone, cuya posicion puede llámarse de doble inclinacion.

Representar superficies en posicion inclinada.

83 Las superficies planas en posicion inclinada se po-

nen en perspectiva del mismo modo que las de posicion horizontal y vertical, porque tienen sus puntos accidentales en la misma distancia del punto de vista que en aquellas. Si en el cuadro E (*fig.* 24.) se hubiese de representar un cuadrado visto de punto de medio y en la inclinacion de 45° á igual distancia de la seccion á que está el cuadrado A B C D, representado en el cuadro horizontalmente; y cuyos puntos constantes son *h i*, siendo la línea de la tierra la *f g*, se construye una línea de la tierra y una horizontal auxiliares, que estén en la inclinacion de 45° con respecto á la *h i*; entonces el punto constante *h* se habrá traslado á H, y el punto *i* al punto Y, siempre á igual distancia del punto de vista; la línea *j k* es la línea de la tierra que ha de servir para trazar el plano, por lo que se colocará el plano *a b c d* con iguales relaciones á esta á que está el cuadrado A B C D con relacion á la línea de la tierra *f g*; en este caso la operacion está reducida á representar un cuadrado visto de punto de medio, del mismo modo que se dijo (40) pues siendo uno mismo el punto de vista, la línea horizontal, y la de la tierra; y estando el cuadrado en la inclinacion de 45° con respecto á la línea horizontal *h i*, el cuadrado *a' b' c' d'* resulta representado en el cuadro E tambien en la inclinacion de 45°. Del mismo modo, como lo demuestra la figura, se representará un cuadrado visto de ángulo, pues el cuadrado *m n r t*, está representado en el cuadro E por el cuadrado *m' n' r' t'*, en la inclinacion de 45°.

Para representar inclinado un cuadrado L P O Q, visto fuera de ángulo en otra inclinacion por egemplo en la de 51° se trazan las dos líneas horizontal y de la tierra en dicha inclinacion, y serán *x z* la horizontal y *ñ v* la de la tierra, con respecto á la cual se coloca el plano *l p o q*, movido como está el cuadrado L P O Q con relacion á la línea de la tierra *f g*.

84 Como los lados de los cuadrados vistos fuera de ángulo concurren prolongándose hasta encontrar la línea horizontal á puntos mas ó menos distantes del de vista, segun fuere mayor ó menor la oblicuidad en que se hallan los lados del cuadrado geométrico con respecto á la línea

de la tierra, asi los lados del cuadrado L′ P′ O′ Q′ concurren en la línea horizontal *h i*, el lado P′ L′ y el lado O′ Q′ al punto Z, y por eso los lados *l′ p′* y *o′ q′* del cuadrado representado inclinado, concurren en la horizontal *z x* en el punto *z* á igual distancia del punto de vista á que está Z: los lados L′ Q′ y P′ O′ concurren en un punto accidental que no ha cabido en la lámina. Los lados *l′ q′* y *p′ o′* del cuadrado inclinado concurren al punto accidental *x*, que se halla á la misma distancia del punto de vista á que estaria el accidental que no ha cabido en la lámina.

De modo que los puntos constantes y los demas accidentales de los planos inclinados, están siempre en el horizonte paralelo á su inclinacion, á la misma distancia del punto de vista á que están en el verdadero horizonte los de los planos horizontales, y por consiguiente en un mismo radio; de modo que si se varian las inclinaciones, los puntos accidentales varian tambien con respecto á la posicion relativa al horizonte, pero no la distancia del punto de vista, pues esta depende de la oblicuidad de los lados del objeto con respecto á la seccion. De donde se saca que todos los puntos accidentales de cada uno de los movimientos en que pueden estar situados los objetos, y en la infinidad de inclinaciones que pueden tener, forman otras tantas circunferencias cuyo centro es el punto de vista.

Luego para representar las superficies inclinadas de cualquiera modo que se presenten á la vista, se pondrán desde luego inclinadas las líneas equivalentes á la horizontal y de la tierra, colocando en la primera los puntos constantes ó los accidentales, y en la segunda los puntos llevados perpendicularmente del objeto á una línea con respecto á la cual está el objeto en el movimiento que se quiere representar; egecutando despues la operacion del mismo modo que se ha esplicado para los objetos de posicion horizontal.

Por la misma regla con que se representan las superficies, se pueden representar los cuerpos inclinados, con tal que su inclinacion sea del género que se ha dicho en el primero y segundo caso, pues en el tercero y cuarto con motivo de tener inclinacion al plano escenográfico las líneas del objeto, sus puntos accidentales se salen fuera de

la prolongacion de la superficie del cuadro.

Si en la misma figura 24 se hubiese de representar un cubo cuya base fuese el cuadrado degradado l' p', o' q', en la línea de la tierra auxiliar *ñ* *v*, y en uno de sus estremos se levanta una perpendicular como la *v* *u*, y en ella se pone la altura del objeto en *ll*, dirijiendo desde los puntos *ll*, *v*, las degradantes *v* v, *ll* v, y egecutando la operacion que ya indicada en la figura y esplicada (53) habremos obtenido el cuadrado superior del sólido l'' p'' o'' q'', con el cual, y trazadas sus aristas, quedará representado el cubo inclinado.

85. La regla que se ha dado para representar los planos y sólidos en posicion inclinada tiene la circunstancia de no poderse usar cuando son varios los cuerpos que se han de representar, y que las superficies inclinadas de los unos han de apoyarse sobre las de los otros, ya sea en todas sus partes ó en alguno de sus puntos, porque en la regla que acabamos de practicar se debe considerar cada objeto como aislado, ó en el espacio sin apoyarse en el plano horizontal ni en ningun otro plano que tengamos representado en el cuadro, pues al tiempo de inclinar el objeto no se cuenta con la altura á que deberia estar para que se apoyase en el plano horizontal ó en otro cualquiera que estuviese ya representado; por las operaciones siguientes se facilitarán los medios de representar los cuerpos de modo que se apoyen sobre otros, pues se han de degradar sus proyecciones á planos determinados en el cuadro.

Representar un cubo en los cuatro modos que puede tener inclinacion.

86. Sea A figura 25 un cubo el cual se ha de representar inclinado con las circunstancias dichas en el caso primero, suponiendo que se apoya en el plano horizontal en una arista, el cual está representado por la línea *a* *a'*; el punto 1 *a* representa la arista que toca en el plano horizontal, pues por ser un sólido en cada uno de los ángulos se halla confundido otro ángulo del cuadrado opuesto, y para entendernos mejor se ha señalado con letras el cuadrado anterior, y con números el posterior.

La línea c' a' representa el plano vertical donde se han de tomar las alturas que resultan del cubo con respecto á su inclinacion, por líneas paralelas á la del plano horizontal como son d d', b b', c c'. B es la proyeccion horizontal del cubo, la que se obtiene por las líneas paralelas á la vertical c' a', llevadas de los ángulos del cubo y cortadas por dos líneas perpendiculares á estas y distantes entre sí lo que tiene de alto el cubo, como las líneas b d, 2,-4, de modo que en la proyeccion B se representan ya separados todos los ángulos del cubo que en A estaban confundidos, y la línea a 1, es la arista donde se apoya el cubo en el plano horizontal.

La línea M N es la seccion, y la M Ñ la paralela, la línea F E el eje del cono visual, C el cuadro. Los puntos 2', b', 1', a', &c. donde las visuales dirijidas desde todos los puntos en B al punto de la distancia E han cortado la seccion, se transportan á la línea de la tierra, y en los puntos 2, b, 1, &c. se levantan perpendiculares indefinidas. Tómense en A las alturas a' d', a' b', a' c', llévense á la márgen del cuadro desde la cual se trazan las degradantes. Desde todos los puntos de la proyeccion en B, se han de llevar líneas perpendiculares á la paralela M Ñ; pero como los de cada cuadrado están en direccion recta se hallan confundidos en los puntos x z, desde los cuales se dirijen visuales al de la distancia. Los puntos x', z', de la seccion se transportan á la línea de la tierra y se levantan perpendiculares en ellos que corten las degradantes trazadas desde los puntos a, d, b, c, de modo, que con la parte de las degradantes que está comprehendida entre las pendiculares x x, z z, y con ellas mismas, está representada la proyeccion vertical del cubo ya degradada en el plano vertical.

Desde todos los puntos de esta misma proyeccion se trazan líneas paralelas á la de la tierra hasta que cada una corte la indefinida á que corresponde; los puntos de contacto son los ángulos del cubo, y las líneas trazadas de uno á otro de estos puntos representan el cubo inclinado en perspectiva, apoyado en el plano horizontal en una sola arista, concurriendo en él todas las circunstancias que dijimos en el primer caso; pues cuatro de sus lados están inclinados á los planos vertical y horizontal, y perpendicula-

res al plano escenográfico, siendo paralelas á este las otras dos superficies, cuyos ángulos son los puntos *a*, *b*, *c*, *d*, y 1-2-3-4, por cuyo paralelismo los lados de estas superficies representadas en el cuadro, aunque sufren degradacion, son paralelos entre sí.

Las líneas *a* 1, *b* 2, *c* 3, *d* 4, en B por ser perpendiculares á la seccion, representadas en el cuadro concurren al punto de vista, no alterándose en ninguna manera las propiedades de las líneas, aunque sea diversa la posicion del cuerpo á que pertenecen.

87. Sea D otro cubo en la misma figura 25 que se ha de representar con las circunstancias dichas en el segundo caso. Para esto se construye el alzado de ángulo como en G, y que se apoya en un solo punto en el plano horizontal representado por la línea *r r'*; las alturas en el plano vertical desde *r'* son los puntos *ñ'*, *t'*, 4', &c. En la proyeccion horizontal H por estar el cubo perfectamente de ángulo, están confundidos en uno solo, los puntos *r*, 6. Llevados como antes á la línea de la tierra los puntos *s'*, *ñ'*, *t'*, &c. levantadas perpendiculares indefinidas en ellos y colocadas las alturas en la márgen del cuadro, se transportan tambien á la línea de la tierra los puntos *o'*, *p'*, *q'*, donde las visuales dirijidas al de la distancia desde los puntos de interseccion de la paralela R N han cortado la seccion, y y levantando perpendiculares en ellos hasta cortar las degradantes desde las alturas por los puntos donde se tocan, queda trazada la proyeccion vertical del cubo ya degradada. Tirando ya líneas paralelas á la de la tierra desde todos los puntos como *o*, *p*, *q*, de la proyeccion vertical hasta encontrar cada una la indefinida del número ó letra que le corresponde, los puntos donde se cortan son los ángulos del cubo; las líneas trazadas desde unos á otros de estos, representan el cubo en perspectiva. Hallándose de ángulo con relacion á los dos planos geométricos, y apoyándose en uno de ellos en el horizontal, siendo paralelas entre sí y al plano escenográfico las cuatro aristas que lo son en el plano H á la seccion, quedan verificadas en este objeto las circunstancias dichas en el segundo caso. Advirtiendo que las diagonales *ñ t*, 5-7, en H, sin embargo de que pertenecen á planos inclinados por ser perpendi-

culares á la seccion, si se trazan en el cubo en perspectiva y se prolongan hasta la línea horizontal, concurren al punto de vista.

Las líneas del cubo que están en la inclinacion de 45° con respecto al plano escenográfico, si se prolongasen no se encontrarian en la línea horizontal, por estar al mismo tiempo inclinadas á los planos geométricos; pero se encontrarian en una línea que pasando por el punto de vista, tuviese con la horizontal la misma inclinacion que el cubo, y los dos puntos donde concurrian serian equidistantes del de vista, y se hallarian á igual distancia á que está el espectador de la seccion, siendo por lo mismo estos puntos los accidentales constantes que se hallan en una línea horizontal auxiliar, con lo que se prueba lo dicho (39).

88 Para representar un cubo inclinado con iguales circunstancias á las del caso tercero, siendo A figura 26 la planta; B el alzado de ángulo que se apoya en el plano horizontal, sobre el punto *a;* C la proyeccion horizontal, en la cual todas las líneas del objeto se hallan oblicuas á la seccion M N; D el cuadro. Como la regla que se ha de usar para representar esta figura es la misma que la que se ha practicado en las dos anteriores, no la esplicamos, creyendo suficiente para que se comprehenda bien el estar la operacion indicada en ella. Solo sí haremos las observaciones necesarias para concebir la variacion que hay en la concurrencia de sus líneas. En los dos cubos que se han representado en la figura anterior, ha habido en el uno superficies perpendiculares y paralelas á la seccion, y por consiguiente han sido perpendiculares y parelelas las líneas que las terminan; y en el otro algunas aristas paralelas á la seccion y varias diagonales perpendiculares; por cuya razon las líneas del cubo representado de dos modos en aquella figura, han concurrido en el punto de vista ó á puntos accidentales que se hallaban en líneas que estaban en la misma direccion que la superficie del cuadro dentro ó fuera de él.

Pero en esta figura por estar sus lados inclinados á la seccion y tambien las diagonales de sus cuadrados, y fuera de ángulo todas las superficies que componen el cubo representado en el cuadro, las prolongaciones de sus líneas no

concurren á puntos accidentales que estén en la direccion de la superficie del plano escenográfico, reuniéndose en el espacio mas allá del plano escenográfico, cuyos puntos no pueden hallarse en el cuadro, ni en lineas que estén en su misma direccion, por lo que en los objetos inclinados de este modo, no se puede hacer uso de las ventajas de los puntos accidentales, ni de la concurrencia de sus líneas al punto de vista.

Solo podrán representarse los objetos inclinados de este modo, con el auxilio de la proyeccion horizontal y de las alturas de la vertical valiéndonos de la reglas segunda y tercera que dimos (53 y 54) y tambien por la primera aumentando otro alzado mas del objeto.

89. Para representar un cubo en la doble inclinacion como se dijo en el cuarto caso, siendo A la planta movida en su eje *(fig. 27)*, se construye el alzado B; á este se le considera insistiendo en el plano horizontal en el punto *a*, é inclinado con relacion á él como está en la línea E F. Las líneas paralelas á la E F, como *b b*, *c c*, &c. sirven para tomar en el plano vertical las alturas del objeto que se han de colocar en la márgen del cuadro. La proyeccion horizontal C se construye con el mismo movimiento de rotacion que se dió á la planta A, y la seccion M N, es tambien oblicua con relacion á ella.

La operacion para representar este cubo es igual á la anterior, y pues concurren en él las mismas oblicuidades con relacion al plano escenográfico se halla en igual caso en la concurrencia de los puntos accidentales; la diferencia que hay entre el cubo de la figura anterior y este, es, que aquel tiene á plomo los puntos *a*, *g*, y con solo dos alturas se hallan los cuatro puntos *b*, *d*, *f*, *h*; y este no tiene ningun punto á igual altura ni á plomo con otro, que es lo que constituye la doble inclinacion.

Para obtener la proyeccion horizontal de los cuerpos circulares é inclinados, es preciso tener presente como se traza una elipse, pues la proyeccion de todo círculo inclinado á un plano ha de ser elíptica, y como segun esté mas ó menos inclinado con respecto al plano será mayor ó menor la diferencia de los diámetros de su proyeccion, por lo tanto diremos el modo de trazar una elipse de ancho y

largo dado, pues aunque se haya esplicado en los autores de geometría, creemos muy del caso repetirlo por sernos muy necesario su uso.

Trazar una elipse de ancho y largo dado.

90. Sea la línea *a b fig.* 28 el diámetro menor y la *c d* el mayor, por cuyos estremos se ha de trazar la elipse de este modo; con una abertura igual á *f d*, mitad del diámetro mayor, y desde el punto *b* uno de los estremos del diámetro menor, se trazan los dos focus ó centros *g h* en estos se clavan dos alfileres ó clavitos, y en ellos se ata un hilo ó cuerda de modo que estando estirado hácia *b*, ajuste bien á este punto; colocando una punta de lapiz apoyada en la cuerda, se gira hácia los estremos *c*, *d*, del diámetro mayor, y despues vuelta la cuerda hácia el estremo *a* del diámetro menor y girando del mismo modo que antes, quedará trazada la elipse del ancho y largo pedido.

Este modo de trazar las curvas elípticas es bueno para borradores ó para usarle en superficies donde no ofendan los agujeros de los clavos ó en el terreno, pero si se hubiese de trazar en papel para un dibujo en limpio, serian perjudiciales los agujeros de los alfileres que hay que clavar en los centros; para evitar este inconveniente esplicaremos tambien el modo de trazar las elipses de ancho y largo dado con el compás.

91. Siendo *a b*, *c d*, *fig.* 29 los diámetros dados perpendiculares entre sí, y hallados ya los centros *g*, *h*, como en la figura anterior, se toma desde uno de los estremos del diámetro *c d*, una abertura de compás á arbitrio, como *d e*, fijése una punta del compás en el centro *h*, y con la misma abertura se trazaron los arcos m, m'; se coloca una punta del compás en el centro *g*, y se trazan los arcos m'' m''', con otra abertura de compás igual á *c e*, resto de la parte que se tomó á arbitrio del diámetro mayor colocando una punta del compás en los centros *g*, *h*, sucesivamente con la otra se cortan los arcos m, m', m'',-m'''; los puntos de interseccion de estos arcos serán cuatro puntos de la elipse. Tómese otra abertura á arbitrio en el diámetro *c d*,

como $d\ i$, y desde los centros g, h, trácense los arcos n, n', n'', n'''; con el resto $i\ c$, del diámetro $c\ d$, y desde los centros $g\ h$ se cortan los arcos n, n', n'', n'''; los puntos de interseccion son otros cuatro puntos de la elipse. Con otra abertura á arbitrio $d\ u$, y desde los centros se trazaron los arcos $o\ o'\ o''\ o'''$, y con la abertura $u\ c$ se trazan las intersecciones en ellos, los cuales son otros cuatro puntos de la elipse. Finalmente, una línea que desde el punto d pase por m, n, o, a, &c. y concluya en el mismo punto d, será la elipse pedida.

Si se toman mas puntos á arbitrio en la mitad del diámetro mayor, el contorno saldrá mas justificado.

XIII.

Representar el cuarto bocél de un Capitel Jónico.

92. Como la posicion del cuarto bocél presenta la superficie inclinada en el plano vertical y horizontal, los huevos que se tallan en él tienen su eje igualmente inclinado, y tambien el cascaron que los encierra, por lo tanto han de representarse por las mismas reglas que los cuerpos inclinados.

Sea A *fig.* 30, el obolo ó cuarto bocél de un Capitel Jónico; $a\ b\ c\ d$, el contorno del huevo; $b\ d$, su eje: el huevo está truncado por la parte superior por la línea $a\ c$, de modo que la parte $a\ c\ d$, no existe, pero está indicada para fijar su cortorno. Para hallar mas aproximadamente el del cascaron, se ha movido el perfil en B con el fin de obtener su superficie vista lo mas de frente posible, y con una abertura igual á una vigésima cuarta vez en que se debe considerar dividida la circunferencia del cuarto bocél; se trazan los centros de las saetas que están en los intermedios, los cuales se hallan representados por las líneas $u\ y$, $x\ z$, que tienen algo de curvatura; pues aunque el pequeño espacio que hay entre ellas esté visto de frente, solo presenta línea recta el eje $b'\ d'$ del huevo; las dos líneas $u\ y$, $x\ z$, que sirven de medio á las saetas por hallarse en una superficie circu-

lar y algo apartadas del medio, son sensiblemente curvas trazadas geométricamente.

Dentro de la superficie comprehendida entre las dos líneas *u y*, *x z*, se dibuja el contorno de la faja ó cascaron *e f b g h*, y las dos medias saetas con cuyos contornos y los puntos tomados de estos en el perfil A, se obtendrá la proyeccion horizontal de los huevos, cascarones y saetas que componen el adorno del cuarto bocél.

Para trazar la proyeccion horizontal C se suponen dadas algunas secciones en el huevo perpendiculares á su eje como *o o'*, 1-1', 3-3', 5-5', 7-7', y por ser circular el cuerpo donde se dan serán otros tantos círculos, y sus proyecciones en el plano C con respecto al cual se hallan inclinadas, serán elípticas, y asi si desde la seccion 1-1', se bajan líneas perpendiculares á la de interseccion entre el plano A y el plano C; si desde un punto que sea el centro de la circunferencia del cuarto bocél; esto es el eje de la columna se describen los arcos 1-1, 2-2, 1'-1', y desde el mismo centro se trazan radios á los puntos *a*, *a'*, *a''*, distantes entre si una vigésima cuarta parte de la circunferencia; estos radios serán la proyeccion de los ejes de los huevos, de modo que si en el radio *a'* suponemos que se halla el eje del huevo *d' b'*, trazado en el plano B, entonces los puntos 1, 1' serán los estremos del diámetro menor de una elipse, y desde el punto *k* donde la porcion del círculo 2-2 cortó el eje, y con un radio igual á 2-1, en A, desde *k*, se trazan los estremos del diámetro mayor, cuyos puntos serán 2-2'; una elipse trazada por estos diámetros es la proyeccion horizontal de la seccion recta 1-1' que se supuso dada en el huevo en A. Del mismo modo segun vá indicado en la figura, se hallará la proyeccion horizontal de las demás secciones 3-3', 5-5' &c. Una curva que pase tangente á todas las elipses será la proyeccion horizontal del huevo. Resta pues decir como se hallará la proyeccion horizontal de la parte truncada del huevo, ó lo que es lo mismo de la seccion oblicua *a c*, en A, que por su oblicuidad con respecto al eje del huevo es elíptica, y al mismo tiempo paralela al plano horizontal; y para obtenerla se elegirán varios puntos como *s*, en la línea *a c*, y se hará que pasen por ellos otras tantas secciones rectas en el huevo;

de todas estas se hallará su proyeccion horizontal, y despues desde cada uno de los puntos como *s* donde la seccion recta ha cortado la seccion oblicua de la parte truncada se llevan líneas al plano horizontal C, y cada una de estas cortará dos puntos de la elipse á que corresponde, y trazando una curva por todos los puntos hallados de este modo, esta será la elipse ó proyeccion horizontal de la parte truncada del huevo. Los puntos s'' s''' en C son los que representan el punto *s* en A, habiéndose omitido los demás por evitar confusion en la figura.

La proyeccion horizontal del cascaron cae en gran parte sobre la del huevo, y por eso la esplicamos sirviéndonos para centro del radio a'' en C. En el perfil A del cuarto bocél aprovechamos los puntos *a*, *o*, 1, 3, 5, 7, *b*, que han servido para las secciones en el huevo; estos puntos corresponden en B, el punto *a* á los puntos *h*, *e*, el punto *o*, á los *o*, o', y sucesivamente los demás del contorno. La recta b' d', en B, la curva *a*-3 *b* en A, y el radio que desde el centro de la columna termina en a'', todas tres representan ahora la línea que divide por medio la superficie del cuarto bocél comprehendida dentro del contorno del cascaron, y no el eje del huevo.

Las perpendiculares llevadas á la línea de interseccion entre los planos A, y C, desde los puntos *a*, *o*, 1, &c. de la curva; y las porciones de círculos trazadas desde los puntos de interseccion en el plano C hasta cortar el radio a'', sirven para encontrar la proyeccion de los puntos del contorno del cascaron que se tomen en el plano B, y asi, con una abertura igual á d' *e* se trazan en C desde a'' los puntos *e* *h* en su correspondiente porcion de círculo: con una abertura igual á *l* *o*, desde o'' se trazan los puntos *o*, o', y procediendo asi se hallan los puntos *m*, *n*, *r*, &c.; del mismo modo se trazan los del ancho de la faja del cascaron y los de las saetas.

93. Para representar en perspectiva en el cuadro D el trozo del cuarto bocél con la porcion de huevos que contiene, ademas de hallar los puntos pertenecientes á las fajas y saetas, se deben representar todos los círculos de las secciones supuestas en el huevo para trazar despues una línea tangente á todos los representados en el cuadro, la cual

será el contorno del huevo; la regla para representarlo es igual á las anteriores, pero sin embargo vamos á esplicar como se halla una de las secciones, por egemplo la 1-1′, tomadas sus alturas en A en la línea A B, están en los puntos 1′, 2, 2′, 1, y transportadas á la márgen del cuadro se trazan las degradantes al punto de vista, que se ha colocado por la parte inferior, porque esta clase de objetos se hallan generalmente situados por encima del horizonte.

Dirijidas las visuales al punto de la distancia en la proyeccion C desde los puntos 1′, 2, 1, 2′, hasta cortar la seccion y transportando estos á la parte superior del cuadro, se bajan perpendiculares indefinidas en ellos; y dirijiendo tambien visuales al punto de la distancia desde L, E, F, H, de la paralela, los puntos donde han cortado la seccion se transportarán al cuadro y bajando tambien desde ellos perpendiculares hasta cortar cada una su correspondiente degradante, y desde los puntos donde se cortan se trazarán líneas horizontales hasta que cada una encuentre la indefinida de su correspondiente número; la curva que pase por los puntos de contacto, representa en perspectiva el círculo de la seccion 1-1′, dada en el huevo en A. Representados en el cuadro de este modo los demás círculos de las otras secciones, y trazada la línea tangente á todos ellos, se obtiene el huevo en perspectiva. Lo mismo se representarán todos los demás puntos del objeto, pues la dificultad solo consiste en comprehender bien las proyecciones geométricas.

XIV.

Representar en perspectiva una hoja del capitel corintio en la doble inclinacion.

94. No permitiendo la estrechez de la lámina representar todo un capitel corintio, nos limitamos á esplicar como se traza una hoja; y el que desee estudiarle entero, podrá hacerlo en la Real Academia de san Fernando, sala de Arquitectura, donde existe uno hecho por mi ma-

no para la prueba de Académico de Mérito, el cual está en grande, y por separado todos los estudios en planos horizontales y verticales, é indicada por líneas la operacion.

Para representar los cuerpos en la doble inclinacion es menester trazar bien las proyecciones geométricas, pues obtenidas estas se halla la escenográfica del mismo modo que en los cuerpos verticales; por lo que solo nos detendremos particularmente en esplicar como se hallan las proyecciones geométricas de la hoja del capitel.

Sea A *fig.* 31 el perfil de la hoja, el cual consta de tres líneas, dos que representan el grueso ó canto de la hoja, y la otra la línea del medio de ella, que es donde se ha de hacer la vena; como la hoja se revuelve por su parte superior, resulta que las tres líneas que la componen son de distinta longitud, siendo mas corta la línea del medio desde su arranque hasta la punta de la hoja; mas larga que esta la que forma la parte anterior, y mayor que las dos la que forma el grueso de la hoja como se representa en B que *a a'*, es, tendida en plano, la línea del medio de la hoja: *b b' b''* es, tendida en plano, el ancho por la parte anterior de la hoja: *c c' c''* es asimismo el ancho de la hoja por la parte posterior, de modo que en B se hallan las líneas de la hoja desenvueltas: esto se consigue por medio de secciones dadas en el perfil en A, midiendo las distancias parciales de entre ellas y colocándolas en B, en donde se traza el ancho que ha de tener en su arranque por la distribucion hecha en el círculo de la planta del capitel á que pertenece esta. Sin embargo, esplicaremos como se ha tendido en plano el contorno de la parte anterior de la hoja. Distribuidas en A las secciones 1-2-3-4-5, y teniendo en B el ancho de la parte anterior *b b''*, se toma en A la altura *a* 1, y se transporta en B desde *b* hasta 1 y se traza la línea 1, 1' paralela á *b b'*; se toma en A la línea 1-2, se transporta á B, desde 1 hasta 2, trazando la línea 2-2' paralela á *b b''*; lo mismo se hace en el punto 3, 4, &c.: es de advertir que por ser curva la línea entre los puntos de las secciones en el perfil, tomadas sus distancias, estas serán algo mas cortas; por lo que para que la curva tendida en plano salga mas aproxîmada á su verdadera longitud, se hace preciso que por la

parte donde tiene mas curvatura el perfil se den las secciones mas aproxîmadas.

Puestas las distancias de entre las secciones en el plano B, desde los puntos $b\ b''$, del ancho de la hoja se dibuja el contorno de ella, dándole la diminucion que se crea conveniente hasta concluir en el punto 6 que es todo su largo; del mismo modo se traza el largo $a\ a'$ de la vena ó medio de la hoja, y el contorno $c\ c'\ c''$ dándole la diminucion proporcionada, siendo en su arranque mas estrecha, pues las líneas del grueso de la hoja en la planta del capitel por pertenecer á círculo menor son mas estrechas.

95. Con el perfil A y con su contorno tendido en plano como en B, se construye la proyeccion horizontal en el plano C; siendo x el punto céntrico de la columna y las líneas $x\ y$ y $x\ z$, las líneas de los medios de las frentes del capitel; la proyeccion de la hoja se construirá fuera de estas, para que en el plano vertical resulte luego movida, y asi nos serviremos del radio $x\ n$, para el medio de la hoja; en cuyo radio se traza la distancia que hay desde el centro al vuelo del tambor, donde se traza una porcion de círculo.

Desde los puntos 1, 2, 3, &c. en A, se bajan perpendiculares á la línea $a\ e$; todos estos puntos se transportan en C sobre el radio $x\ n$, y tendremos en dicho radio los puntos a, e, i, o, u, 5, 6, y desde x como centro se trazan en ellos porciones de círculo, y con una abertura igual á $a\ b$, en B, se determinan en C los puntos b, b, del arranque de la hoja desde a á uno y otro lado en su porcion de círculo. Con otra abertura igual á e 1 en B, se determinan en C desde e los puntos 1, 1; con una abertura igual á i 2, en B, se determinan en C desde i los puntos 2, 2, y prosiguiendo de este modo se hallarán los puntos 3, 4, &c. trazando dos líneas que empiecen en b y pasen por 1, 2, 3, &c. del uno y otro lado hasta encontrarse en el punto 6, determinarán la proyeccion horizontal del contorno de la parte anterior de la hoja. Con una operacion igual á esta se determina asimismo el contorno de la parte posterior, quedando trazada en C la proyeccion horizontal de la hoja.

96. En otro plano D, cuya línea de interseccion entre

él y el plano C, sea la $x\ y$, se hará la proyeccion vertical de la hoja; omitiendo su esplicacion por ser cosa mas conocida, pues solo consiste en levantar perpendiculares de la proyeccion en C, dándolas las alturas que tiene el perfil en A.

La proyeccion vertical D presenta ya la hoja movida con respecto al plano; construyendo otra proyeccion en un plano al cual la hoja esté inclinada, tendrá entonces con respecto á este último plano ademas de los movimientos que ya tiene en D, la inclinacion á que se le coloque, y entonces gozará de las dos inclinaciones.

Sea E el otro plano, cuya línea de interseccion entre él y el plano D sea $d\ f$, en el cual se hará otra proyeccion horizontal de este modo: bájese desde todos los puntos de la hoja en D perpendiculares al plano E. Como el alzado ó proyeccion vertical en D, ha sido construido por líneas paralelas al radio $x\ z$ que sirve de medio al capitel al tiempo de proyectar la hoja, sus puntos en otro plano horizontal E, han de estar á igual distancia del medio del capitel á que están en C del radio $x\ y$, pues sufriendo la hoja un cuarto de conversion al tiempo de proyectarse desde D en E, todos sus puntos en C han de estar equidistantes de los radios perpendiculares entre si que sirven de medios del capitel hallándose la hoja entre ellos como está en el plano C; asi que, si hacemos que la línea $d\ f$ sirva tambien de la de medio del capitel, desde esta línea se irán colocando las distancias que se tomen en C desde el radio $x\ y$ á todos los puntos de la hoja, por egemplo, del punto o de la línea de medio, se toma la abertura $o\ s$, y desde el punto t de la línea $d\ f$, se señala en la perpendicular bajada al plano E de o el punto o'. Del mismo modo se irán transportando del plano C al plano E todas las distancias que hay desde los puntos de proyeccion á la línea de medio del capitel, obteniendo por este medio la proyeccion horizontal en E, en la cual se ha omitido el grueso por evitar confusion.

97. Para representar la hoja en el plano escenográfico F, la operacion es en un todo igual á las ya esplicadas, pero para evitar que se padezca alguna equivocacion se ha marcado en la lámina toda la operacion del contorno pro-

yectado en E, dirijiendo desde todos los puntos de este visuales al de la distancia en *z*, transportando á la línea de la tierra en F todos los puntos de la seccion *k l*, y levantando perpendiculares indefinidas en ellos. En la proyeccion vertical D se han tomado todas las alturas en la línea *f g* (perpendicular á *d f*,) llevándolas á la márgen del cuadro, y por evitar confusion solo se han puesto las degradantes de la línea de medio de la hoja. En la proyeccion E se han marcado tambien las líneas que van desde todos los puntos á la paralela, y las visuales al punto de la distancia, habiendo transportado solamente á la línea de la tierra en F los puntos de la seccion *k l*, pertenecientes á la línea de medio y levantando perpendiculares en ellos hasta tocar sus respectivas degradantes, y trazadas horizontalmente líneas hasta cortar sus correspondientes indefinidas.

Sin embargo, para mayor claridad se ha distinguido en la lámina con una línea mista la operacion de como se va proyectando en todos los planos el punto *o* señalado en todos ellos con la misma letra, para que pueda servir de norma para todos los demás.

XV.

Reglas para trazar las perspectivas en superficies curvas vistas á nivel.

98. Se ofrece con mucha frecuencia tener que pintar en superficies curvas, y en estos casos es cuando los artistas se encuentran mas confusos aun cuando tengan algun conocimiento de la perspectiva, porque como la superficie en que se han de representar no es un plano, hay necesidad de hallar la proyeccion particular de cada uno de los puntos donde los rayos visuales cortan la superficie curva.

Por no estar los artistas bastantemente familiarizados con el sistema de proyecciones, se han valido en estas ocasiones de métodos llamados prácticos que mas han sido

recursos de aficionados, pues para trazar las líneas rectas puestas en perspectiva en superficies curvas, se valen de hacer pasar por una regla puesta antes de la superficie una cuerda que por un estremo esté atada á un clavo donde han supuesto sea el punto de la distancia, y con el otro atando un lapicero, ir señalando en la superficie curva la línea que lo recto del canto de la regla va dirijiendo á trazar; y otros métodos semejantes á este, que ademas de no tener la exâctitud necesaria, son de mucha incomodidad por el impedimento de los andamios, y sobre todo porque no acreditan al profesor del grado de inteligencia que debe tener. Ademas, que no sabemos como se habian de manejar los que esto practican, cuando hubiesen de representar objetos cuyos contornos fuesen líneas curvas, ó aun cuando fuesen rectas si estuviesen inclinadas ¿y qué harian cuando los objetos fuesen de superficies curvas y estuviesen en posicion inclinada?

En fin, para que el resultado corresponda y dé una completa satisfaccion al artista sorprendiendo á todos cuantos vean sus obras, no hay mas que emplear las reglas que vamos á dar en las figuras siguientes.

99. En la figura 32, A es la proyeccion horizontal de una galeria vista de ángulo, B la vertical, el arco *a b* el contorno de la superficie cóncava donde se ha de representar el objeto; como la curva *a b* es ahora la seccion en proyeccion vertical, sus puntos no caen unos sobre otros en proyeccion horizontal, como sucede en la secccion recta que está ya esplicada, no pudiendo ser aqui una línea recta como fué alli; y sí una superficie como *c d f g*.

El punto de la distancia se halla fuera de la lámina, y por consiguiente el de su altura que en esta figura se coloca mas bajo que la seccion *a b* porque generalmente esta clase de escocias se hallan mas altas que nuestra vista. El cuadro C representa la superficie cóncava donde se ha de representar el objeto, la línea *u v* es la línea vertical; donde esta corte la horizontal, será el punto de vista, que aqui no le señalamos porque como se halla mucho mas bajo que el cuadro, se sale fuera de la lámina.

Desde el punto *e* en B tírese una visual dirijida al punto de la distancia, hasta encontrar la seccion *a b*; desde

el punto 1 donde la encuentra, bájese una perpendicular indefinida al plano de seccion *c d f g*; desde el punto *e* en A, tírese una visual al de la distancia, y el punto 1′ donde corta la perpendicular 1 *s* es la proyeccion horizontal del punto *e*; desde el punto 1 de la seccion *a b* tírese la 1 *s′*, paralela á la *a k*; tómese la abertura *k s′*, y llévese á la márgen del cuadro; desde *g* hasta *s*, en el punto *s*, se traza una línea paralela á la *f′ d*; en la proyeccion horizontal de la seccion *c d f g* tómese la abertura *s* 1′, transpórtese al cuadro á uno y otro lado de la línea vertical, y sobre la línea *s s* los puntos *e*, *e*, de esta abertura representan los puntos *e*, *e*, del objeto en perspectiva.

Si desde los puntos *o*, *m*, *h*, *n*, *r*, en B se tiran visuales á la altura del punto de la distancia, y desde 2, 3, 4, 5, 6, donde estas han cortado la seccion *a b* se bajan las perpendiculares 2 *t*, 3 *v*, 4 *x*, 5 *y*, 6 *z*, al eje del cono visual en A, y desde aquellos se trazan las horizontales 2 *t′*, 3 *v′*, 4 *x′*, 5 *i′*, 6 *z′*, estos se transportarán á la márgen del cuadro C sobre la línea *f g*. Si desde los puntos *o*, *m*, *h*, *n*, *r*, en A dirijimos visuales al punto de la distancia hasta cortar las perpendiculares 2 *t*, 3 *v*, &c. en los puntos 2′, 3′, 4′, 5′, 6′, tomando despues las aberturas *t* 2′, *v* 3′, &c. y llevándolas al cuadro C á uno y otro lado de la vertical *u v* cada una á su correspondiente; tendremos los puntos *o″*, *m″*, *h″*, *n″*, *r″*, que representan dos de los arcos del objeto, y ejecutando igual operacion con los demás que le componen quedará puesto en perspectiva.

100. Como esta operacion está dispuesta para trazarla en una superficie curva, y la lámina es un plano, lo que se ha representado en el cuadro C no es lo que se debe trazar en la curva, sino su proyeccion en un plano colocado delante de ella, como lo está en la lámina *k b* de la curva *a b*; y asi, cuando la operacion se haya de hacer en la misma superficie curva, en lugar de tomar (por egemplo) para el punto 1 la altura *k s′*, para llevarla á la márgen del cuadro, se tomará la abertura *a* 1, y se llevará á la superficie cóncava que aqui representamos en C, desde su parte inferior hasta el punto *s*, desde el cual se trazará la línea como la *s s*, cuya línea trazada en la superficie cóncava distará de la parte superior no la abertu-

ra $s\ f'$, que aparece en C, sino la 1 b que tienen el arco $a\ b$; lo demás de la operacion se hará como queda dicho, pues en la proyeccion horizontal A no hay que hacer observacion ninguna.

Por ser aqui C una proyeccion vertical de la escocia donde se ha trazado el objeto, resulta que las líneas de él no se presentan como debian á la vista, pues las que habian de ser verticales se presentan inclinadas, y las horizontales parecen curvas debiendo aparecer rectas, lo que no sucederá cuando esto mismo se trace en la superficie curva, que como esta tiene puntos mas ó menos lejos del espectador con la degradacion que sufren con respecto á sus distancias el objeto trazado en ella se presenta á la vista con las mismas propiedades que tiene el objeto en real, como sucede cuando lo representamos en un plano.

101. La superficie donde se ha representado la figura anterior es de las engendradas por el movimiento de un paralelogramo; pero si la superficie fuese de las engendradas por el movimiento de un cuadrante de círculo como la de una media naranja, ó el cerramiento que suele hacerse en algunas capillas ú hornacinas, entonces la operacion es mas complicada porque la superficie esférica no tiene puntos en direccion recta por ningun lado como la cilíndrica, y esta es la causa de que la mayor parte de los puntos donde los rayos visuales cortan sus proyecciones geométricas, estarán en las superficies de estas y no en sus contornos.

Sea A *(fig. 33.)* la proyeccion vertical de una cruz, y de la mitad de la semiesfera cóncava que le sirve de seccion; B la proyeccion horizontal de la misma cruz y mitad de la semiesfera; C la mitad de la semiesfera vista de frente donde se ha de representar el objeto.

Si desde el centro c de la proyeccion vertical y con un radio igual á $c\ a$ se traza el arco $b\ k$ y hasta que pase de la visual, tirada desde la parte inferior del objeto á la altura del punto de la distancia, con este arco y el arco $a\ b$ se obtendrá el contorno de una parte de esfera capaz de contener todos los rayos visuales que pueden concurrir desde el objeto al punto.

El rayo visual dirijido desde el punto 1 del objeto á la altura del de la distancia, corta la porcion de esfera por

la línea l k; si en la direccion de este rayo visual se supone un plano que corta la esfera, este será circular porque toda seccion dada en una esfera lo es; la línea l k es la proyeccion vertical de una circunferencia enfilada al ojo, en la cual la visual como línea ha cortado la seccion; se tiene, pues, que investigar por cual de los puntos de esta circunferencia es por el que pasa el rayo visual; para esto se construye en B la proyeccion horizontal de la circunferencia l k bajando á la línea f h' eje del cono visual, las perpendiculares k h', l l'; la línea l' h' será el diámetro menor de la elipse, que debe representar por hallarse inclinada la circunferencia al plano B, en la perpendicular bajada desde el punto s medio de la línea l k con un radio igual á s l se hallarán los estremos del diámetro mayor desde el centro s' en los puntos m n; la elipse trazada por los estremos de estos diámetros será la proyeccion de la circunferencia l k.

En el contorno de la elipse l', m h' n, se ha de hallar la proyeccion del punto 1; esta no podrá estar en la mitad m h' n, y solo si en la parte de la elipse que cae dentro de la superficie d f g d, que sirve de seccion, por lo tanto dirijiendo una visual al punto de la distancia desde 1' el punto x donde corta á la elipse, es el punto que buscamos.

Hallado que sea el punto en el plano B, es muy fácil obtenerle en A, snbiendo una perpendicular desde x hasta cortar la línea l k, el punto z donde la corta es el de proyeccion, donde el rayo visual cortó la superficie a b c.

Con la proyeccion vertical y horizontal del punto 1 obtenidas en los puntos x z, se halla la proyeccion escenográfica del mismo modo que en todas las demas operaciones, tomando la altura del punto z desde la línea a c, y transportándola á una perpendicular puesta al lado del plano C, como r z'; desde z' se traza una horizontal indefinida. Se toma en B una abertura igual á x $\tilde{n}$, distancia á que está el punto x del eje del cono y se lleva á C sobre la indefinida z' desde la línea vertical al punto 1'', el cual representado en C es la proyeccion escenográfica del punto 1 del objeto.

Del mismo modo que se ha hallado el punto 1 se hallarán los demás del objeto en C, advirtiendo que en B no hay necesidad de trazar toda la elipse, sino la mitad que cae hácia el lado de la superficie que sirve de seccion, como la manifiestan las demás que van indicadas en la figura.

102. Si ocurriese representar un objeto en un nicho, como es una parte de él cilíndrica y la otra esférica, entonces la porcion del objeto que se representa en la parte esférica se obtendrá por la regla que se ha dado para la figura anterior y la porcion del objeto que se representa en el trozo cilíndrico, se egecuta por la regla dada en la figura 32; sin embargo para mayor inteligencia representaremos un objeto en un nicho.

Sea A figura 34 la proyeccion horizontal, B la vertical, y C el cuadro. En esta figura el punto 1 se halla segun lo indica la figura por la operacion esplicada para las superficies esféricas; y el punto 2, como en la cilíndrica; no hay mas diferencia que en la figura 32 se dirijió primero la visual á la proyeccion vertical, por caer en aquella el perfil de la superficie, y en esta figura el perfil de la superficie cilíndrica está en la horizontal, y por eso se ha dirijido antes la visual desde el punto 2′ hasta cortar el perfil en *d*, desde cuyo punto se ha subido la perpendicular á cortar en *d′* la proyeccion vertical, y la visual dirijida desde el punto 2′ que la ha cortado en la superficie del nicho que sirve de seccion: en lo demás la operacion es en un todo lo mismo que se esplicó (99 y 101.)

XVI.

DE LOS TECHOS.

103. Las perspectivas representadas en los techos ofrecen algunos inconvenientes, no por el modo de trazarlas, sino por la eleccion del punto de la distancia, por la poca altura que suelen tener los techos para ser vistos de una mirada, y mas cuando están en salones muy prolongados; en este caso hay necesidad de que el artista, si quiere ob-

tener buen resultado, subdivida el techo en tres ó mas partes, segun la longitud que tuviese, pintando una faja adornada como le parezca geométricamente, quedando entre la faja cuadros de tamaño proporcionado á la distancia que se puede tomar, que nunca podrá ser mas que la altura desde el suelo al techo, menos la estatura de una persona, y cada uno de estos cuadros pintarlos independientes unos de otros, para que siendo vistos separadamente, esto es, de distintas miradas, puedan caber en el cono, y tener toda la ilusion que corresponde, procurando que la relacion entre el cuadro y la distancia desde el ojo del espectador al techo sea la mas corta que dijimos (42) no dando jamás al cuadro mayor tamaño, pues de lo contrario sucederá que los objetos representados en él, ademas de presentarse con la deformidad que se dijo (42) parece que van á caer sobre el espectador, y le ponen miedo, y tanto mas le atemoriza cuanto mejor coloridos estén.

Cuando los techos están pintados en edificios de proporcionada altura para que quepan en el cono, entonces sin dificultad ninguna pueden dar escelente resultado, y se puede hacer que el techo represente mucha mas altura de la que tiene, trazando en él, ya sean bóvedas, galerías, arcos, lucernarios y de cuanto se presente á la imaginacion, sin mas reglas que las que se han esplicado para los objetos vistos de punto de medio, pues con solo hacerse cargo de que el cono visual está en posicion vertical, que su cúspide se halla en el ojo del espectador y su base apoyada en el mismo techo, teniendo en este caso en el plano horizontal todas las líneas perspectivas de la tierra, horizontal, vertical, puntos de vistas y puntos constantes, ya sea su superficie plano ú cóncava, egecutándolo por las reglas que para cada una de ellas dejamos ya esplicadas se consigue el trazarlo, con solo tener presente que los objetos estarán tambien en posicion vertical, que es al contrario de lo que sucede en las figuras anteriormente èsplicadas, en que el plano escenográfico y los objetos estaban en posicion vertical, y el cono en horizontal, siendo en los techos el cono y los objetos verticales, y el plano escenográfico horizontal.

Todo esto se entenderá mejor con una consideracion y

es, que la planta de los objetos que antes fué una proyeccion horizontal, aqui se considera como vertical y el alzado que alli era vertical aqui debe ser horizontal, sin embargo que creemos suficiente esta esplicacion para trazar los techos, pondremos un egemplo para facilitar mas su inteligencia.

104. Sea A figura 35 el perfil de un cuerpo ático que se ha de representar en un techo plano, el cual se quiere que aparente mayor altura que la que en sí tiene; este perfil es una proyeccion vertical, pero aqui va á hacer los oficios que en las perspectivas vistas á nivel ha hecho la horizontal; por lo tanto, en esta proyeccion se ha de poner el punto de la distancia como en *e*, la línea de seccion será la *a b* igual al ancho del techo C; en este la *c d* hace el oficio de la línea de la tierra, y la *k h* de línea horizontal, siendo la *p q* la vertical, y estando en v el punto de vista.

La planta B hace aqui de proyeccion vertical, pues en en ella se han de tomar las alturas de los diferentes puntos que componen el objeto desde la línea *c′ d′*.

Esplicaremos para que sirva de egemplo los puntos del arco que en el plano A están señalados con los números 1, 2; las visuales dirijidas desde ellos al punto de la distancia cortan la línea *a b* en los puntos *f*, *g*, los cuales se transportan á la línea *c d* del plano C, y á igual distancia de la vertical *p q*, á que están en A del eje del cono; levantando en *f′*, *g′*, perpendiculares indefinidas. Los puntos 1, 2, del arco en B, están á igual altura de la línea *c′ d′*; transportados á la márgen del cuadro se hallan en el punto *m* desde el cual se traza la degradante *m* v. Desde los puntos 1 2, del plano A, se llevan perpendiculares á la paralela *a o*, y desde los puntos *s*, *t*, las visuales al punto de la distancia; los puntos *s′*, *t′*, donde corta la seccion, se transportan en C á la línea de la tierra; en esta desde los puntos *s*, *t*, se levantan las perpendiculares hasta cortar la degradante *m* v en los puntos *s′*, *t′*; desde los cuales se tiran líneas paralelas á la *c d*, hasta cortar las indefinidas *f′*, *g′*, en los puntos 1, 2; los cuales son la proyeccion escenográfica de los puntos 1, 2, del alzado A.

Está probado que esta operacion no varia en nada de

las que hemos esplicado de los objetos vistos á nivel, sin mas artificio que el de considerar la proyeccion vertical como horizontal, y esta como vertical.

XVII.

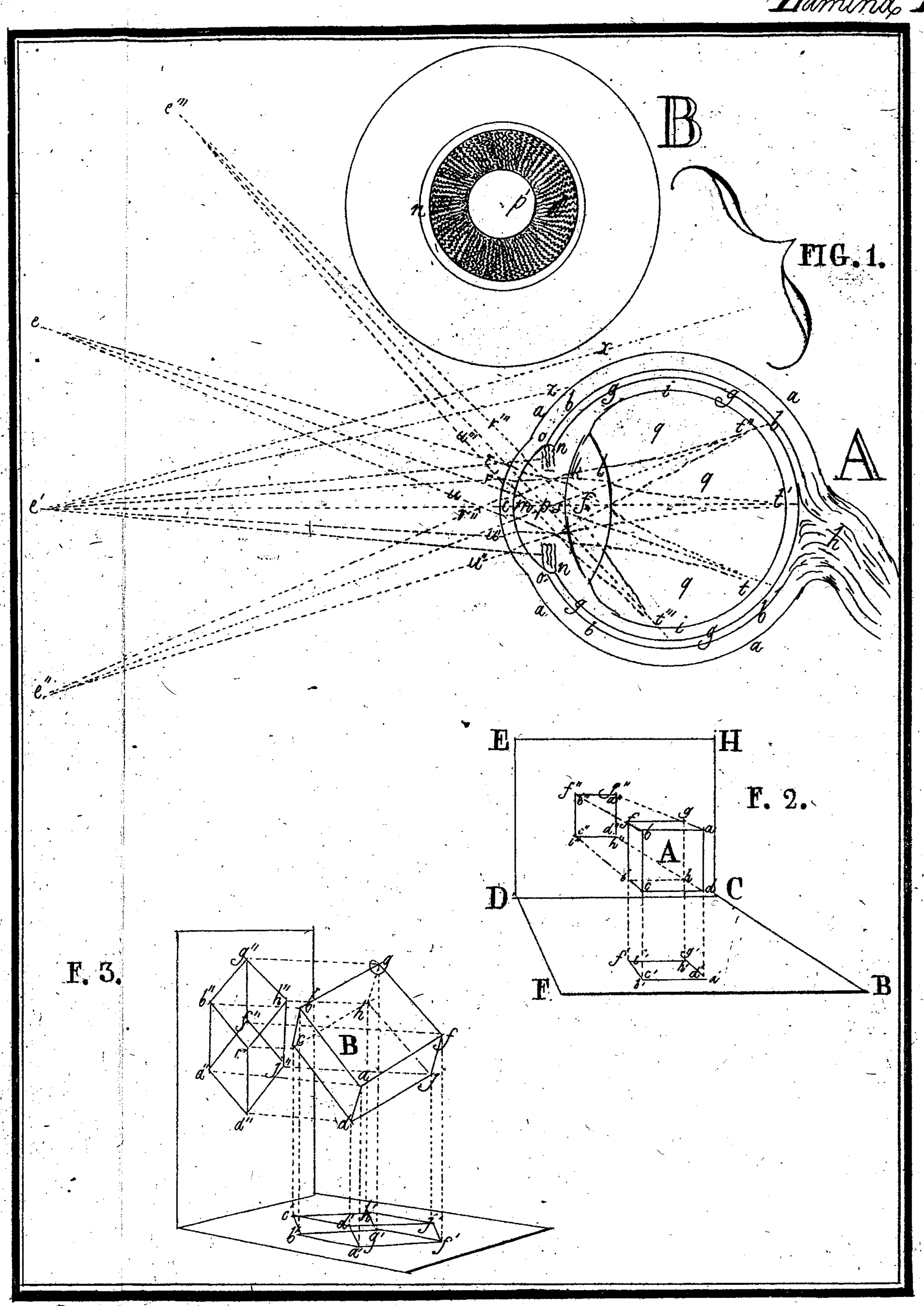
De los objetos vistos bajo de un mismo ángulo.

105. Aun cuando algunos autores de Perspectiva y Física dicen: "Las cosas miradas bajo de un mismo ángulo, parecen iguales aunque sean desiguales" esto solo se podrá verificar en una sola línea ó en un cuerpo esférico, y para esto han de ser cuerpos luminosos, y por consiguiente invisibles, pues siendo opacos se conoce su distancia por la degradacion de sus colores; nosotros demostraremos lo contrario de esta doctrina, con la figura mas sencilla despues de la esférica que es el cubo.

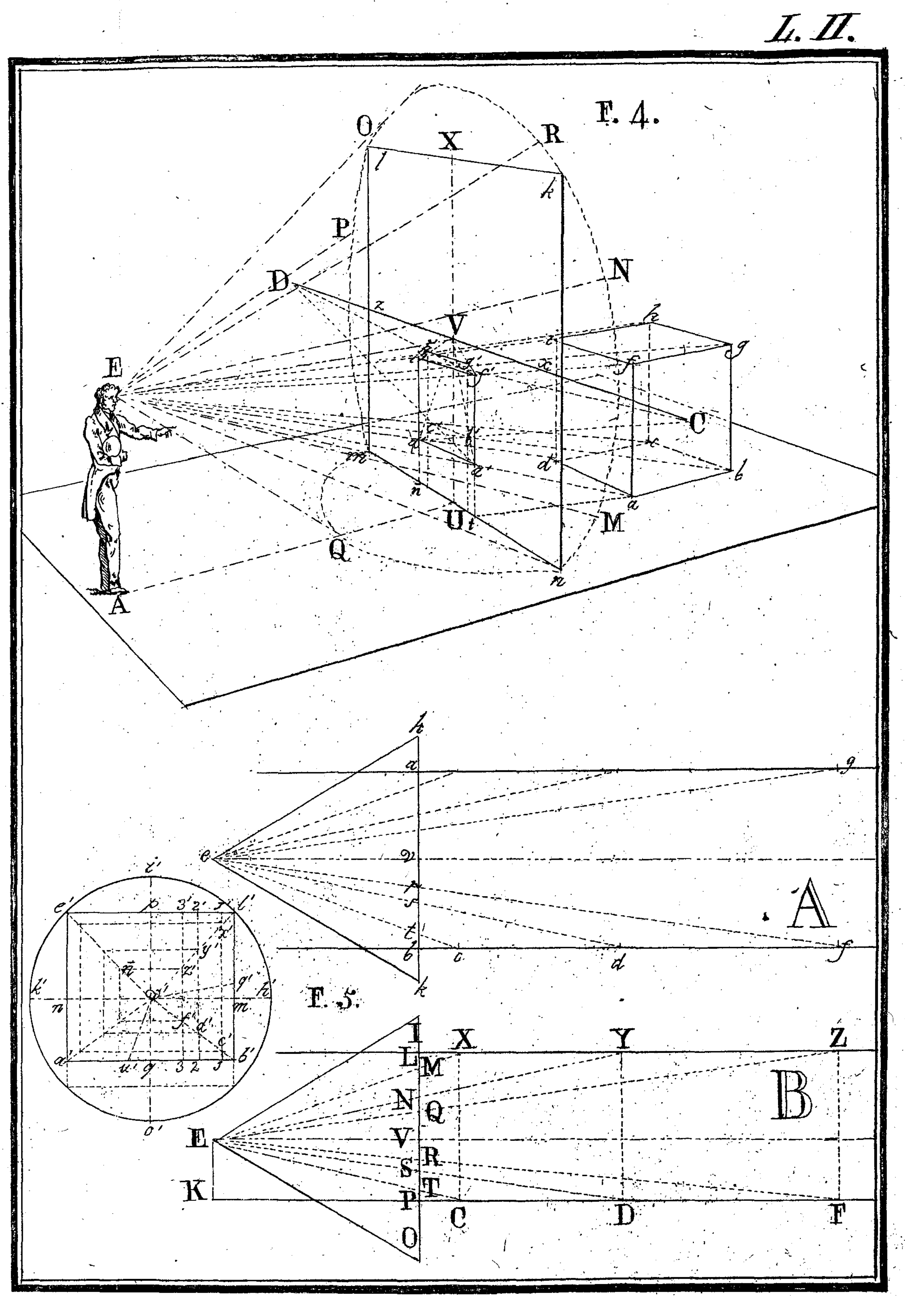
Sea A *fig.* 36. la proyeccion horizontal de dos cubos, uno pequeño *a b c d*, y cerca de la seccion; el otro *m n r s*, mayor y mas distante, y graduada su distancia de tal modo, que la primera arista de cada uno esté vista bajo un mismo ángulo, de modo que representados en el cuadro B, sea de igual altura la línea *a* 1 del pequeño, á la *s* 8 del mayor, segun resultan representados en B; bien claramente manifiestan sus contornos, que de ningun modo pueden confundirse el uno con el otro, pues sin embargo de estar colocados de tal modo que vienen á representarse en el cuadro equidistantes de la línea vertical y con igual movimiento, se diferencian el uno del otro en varias circunstancias: 1.ª que estando situados en un mismo plano horizontal, su representacion en el cuadro está mas elevada la del uno que la del otro; 2.ª que la representacion de las alturas *a* 1, *b* 2 &c. del menor, con respecto á la línea horizontal, ha de ser menor que las alturas *s* 8, *m* 5, &c. del mayor; pues está claro que si la altura del primero, por egemplo, es menor que la altura de una persona, y la del otro mayor, se han de representar en el cuadro la una mas alta, y la otra mas baja

que la línea horizontal: 3.ª siendo uno mas alto y otro mas bajo que la línea horizontal, segun lo representamos en la figura, al menor se le verán tres caras, mientras al mayor se le verán solo dos: 4.ª tambien las líneas *s r*, *s m*, por su inclinacion forman en *s* un ángulo mayor que las líneas *a d*, y *a b* del menor en *a*, sin embargo de ser ángulos rectos los dos en su planta geométrica: 5.ª y suponiendo que la altura de los dos cubos superase la línea horizontal tambien se diferenciarian el uno del otro; pues la inclinacion de sus líneas hácia ella, formarian la desigualdad de los ángulos que se ha dicho en la razon anterior.

Si esto se verifica en los objetos mas simples que se pueden imaginar ¿qué sucederá en aquellos que tengan medida dada ó conocida como puertas, ventanas, escaleras, balaustradas &c.? y mas agregando á esto los colores, pues los objetos lejanos no los pueden presentar tan vistos y decidos á la vista, como los que se hallan cerca constando estos no tan solo de contornos sino tambien de colores, por lo que no se puede dudar; que dos objetos aunque estén vistos bajo un mismo ángulo se conoce cual de ellos está mas cerca del espectador.



M. R.


L. II.
F. 4.
F. 5.
A
B

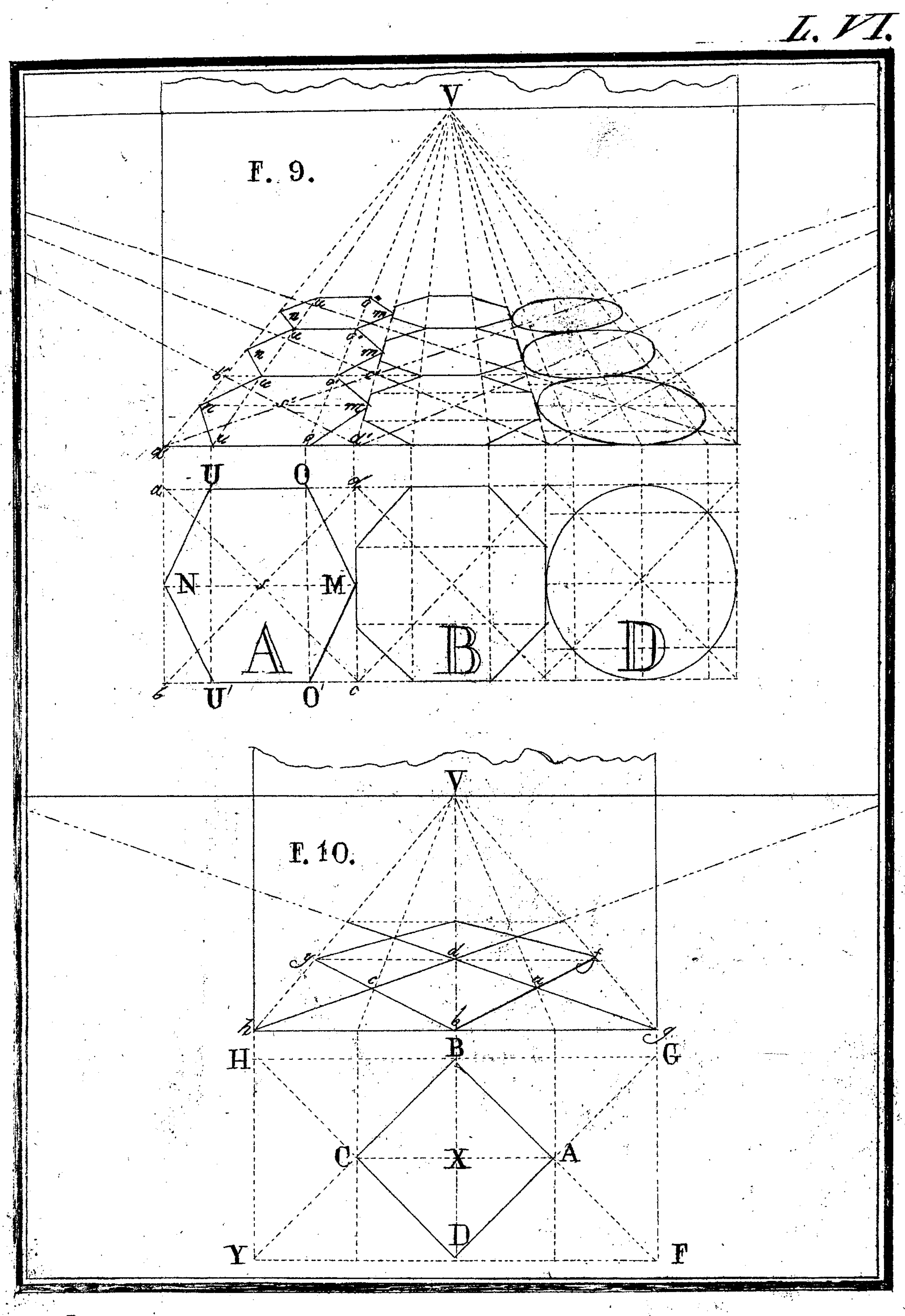


A

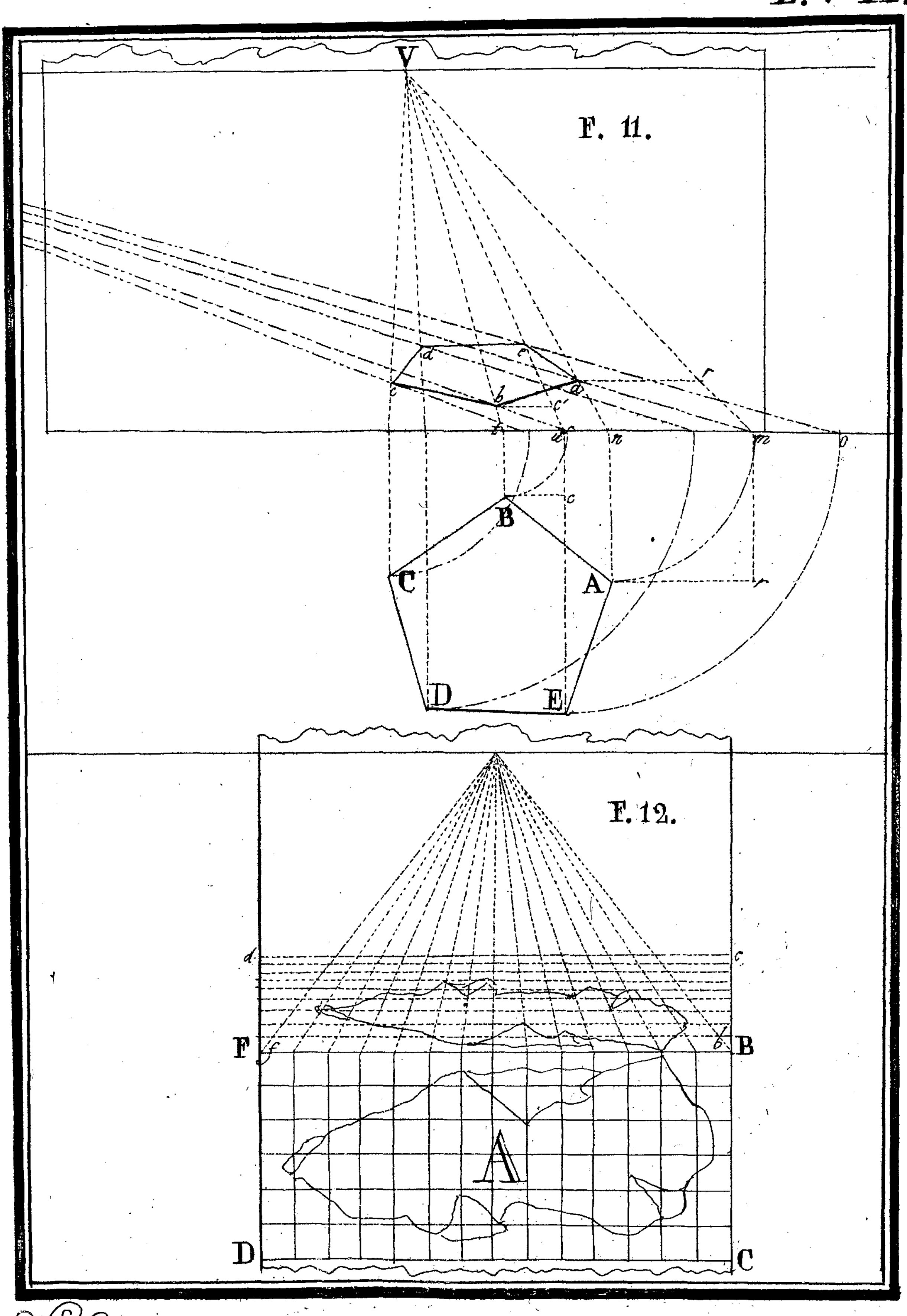
B

F.6.

M.R.



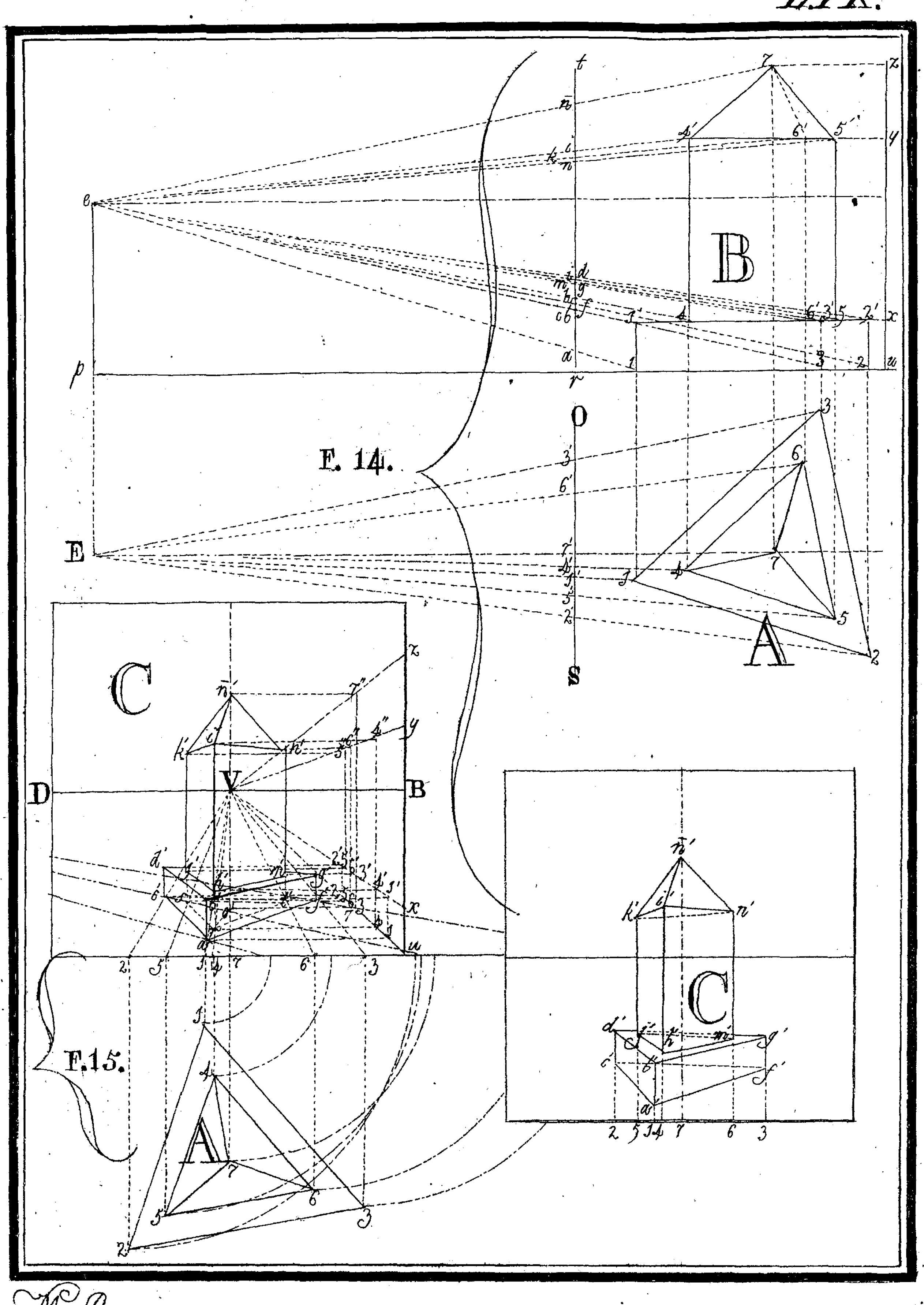
M. R.



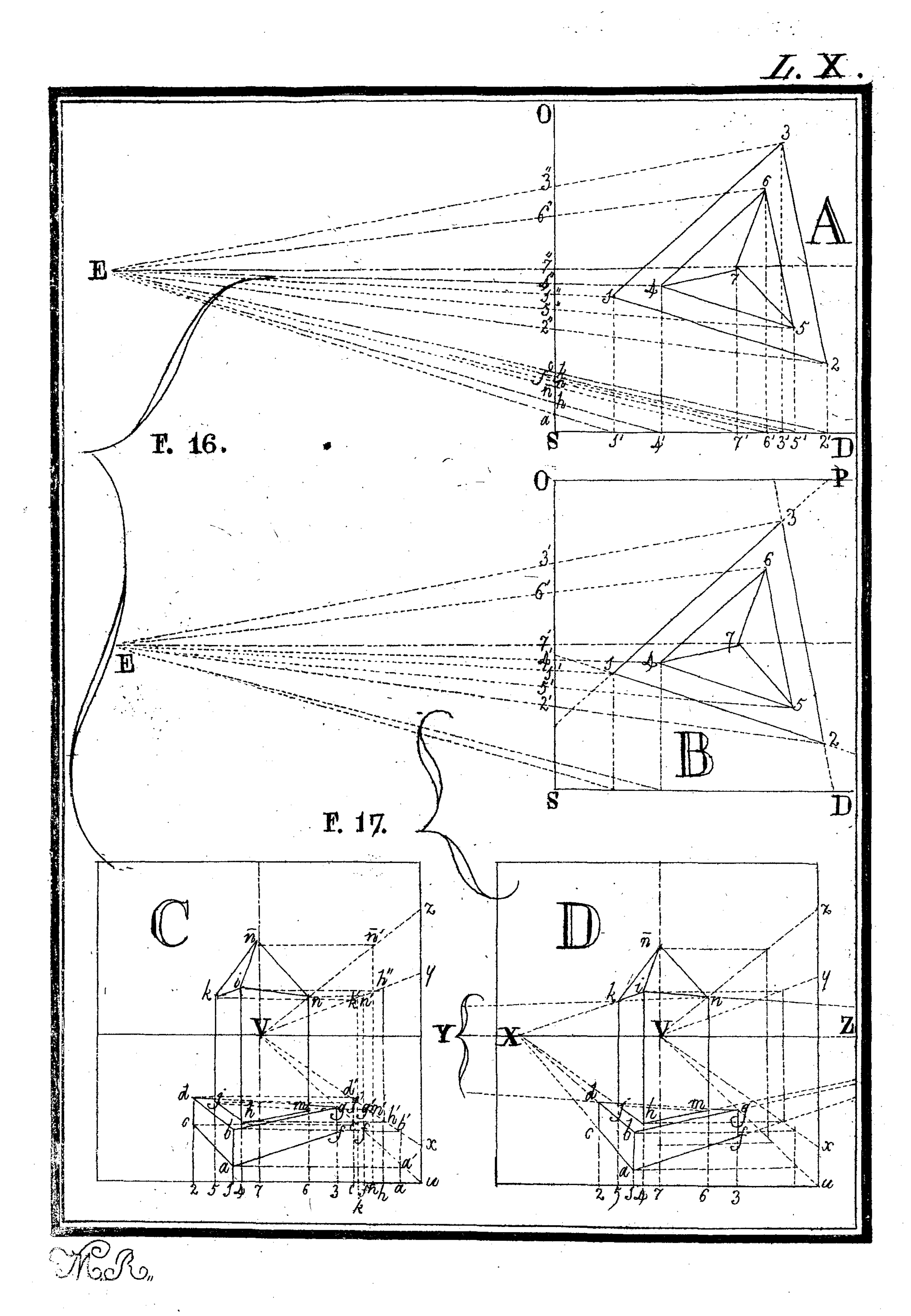
M. R.



M.R.



M. R.


L. X.
A
F. 16.
B
F. 17.
C
D
M.R.

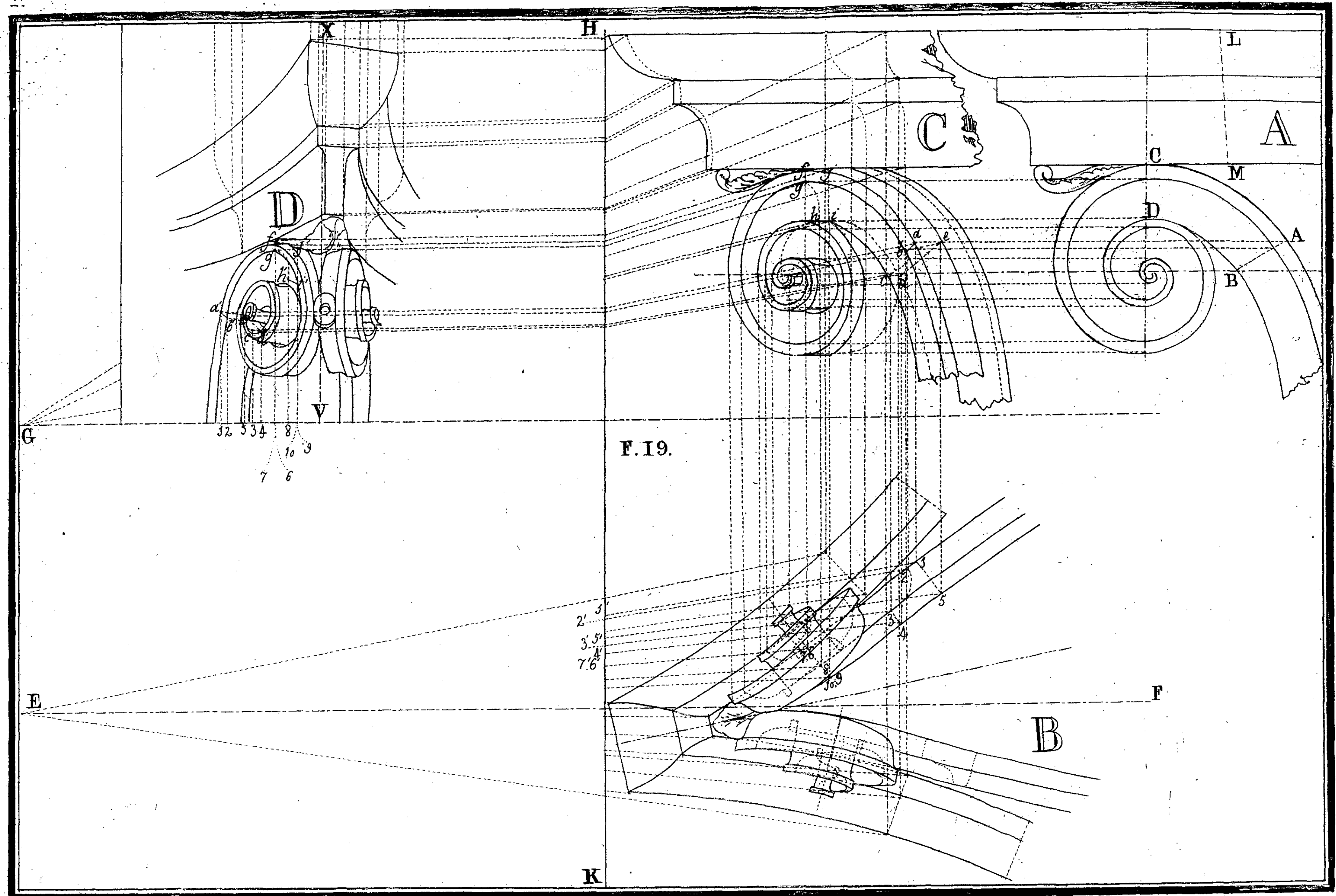
A

B

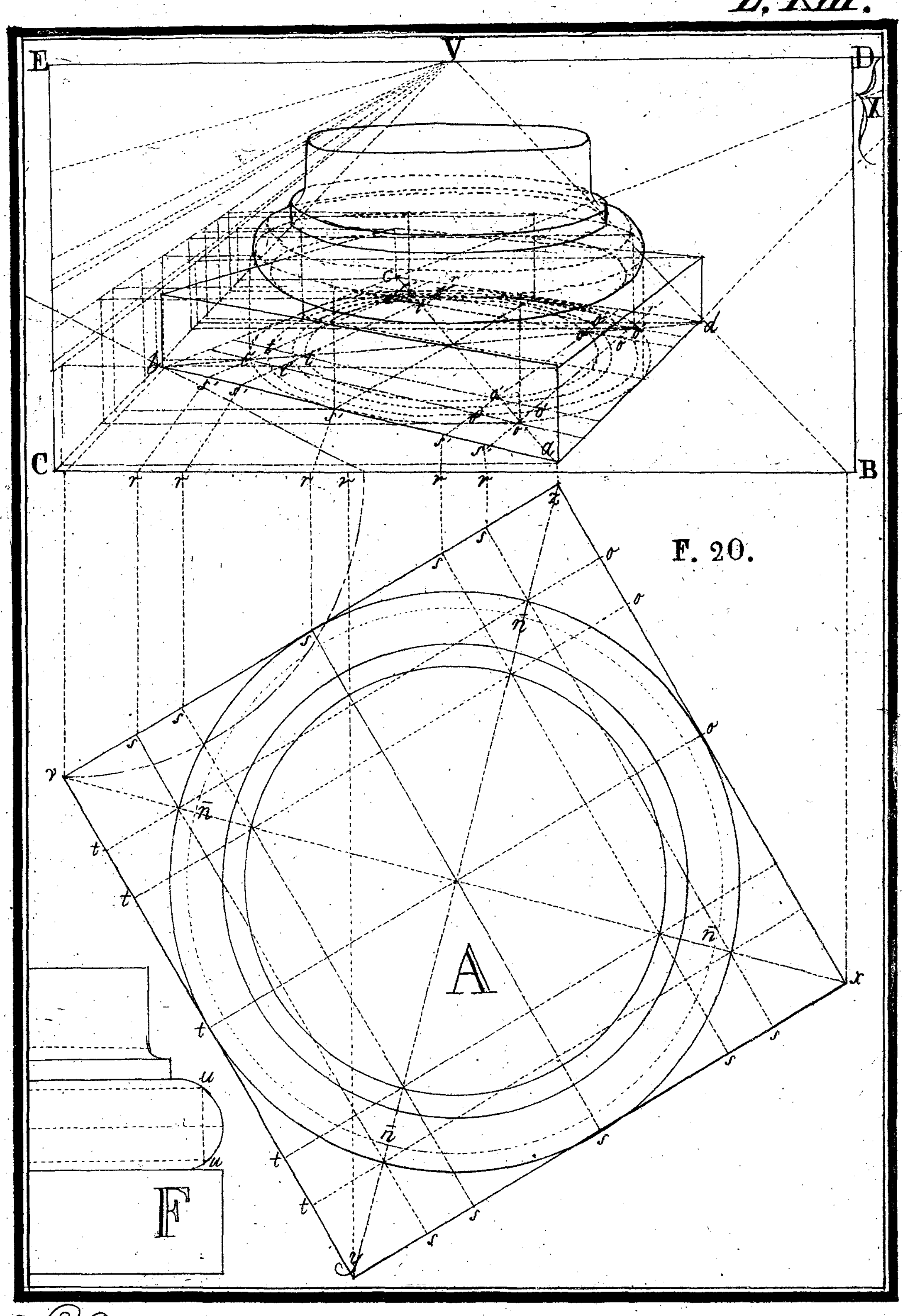
C

F. 18.

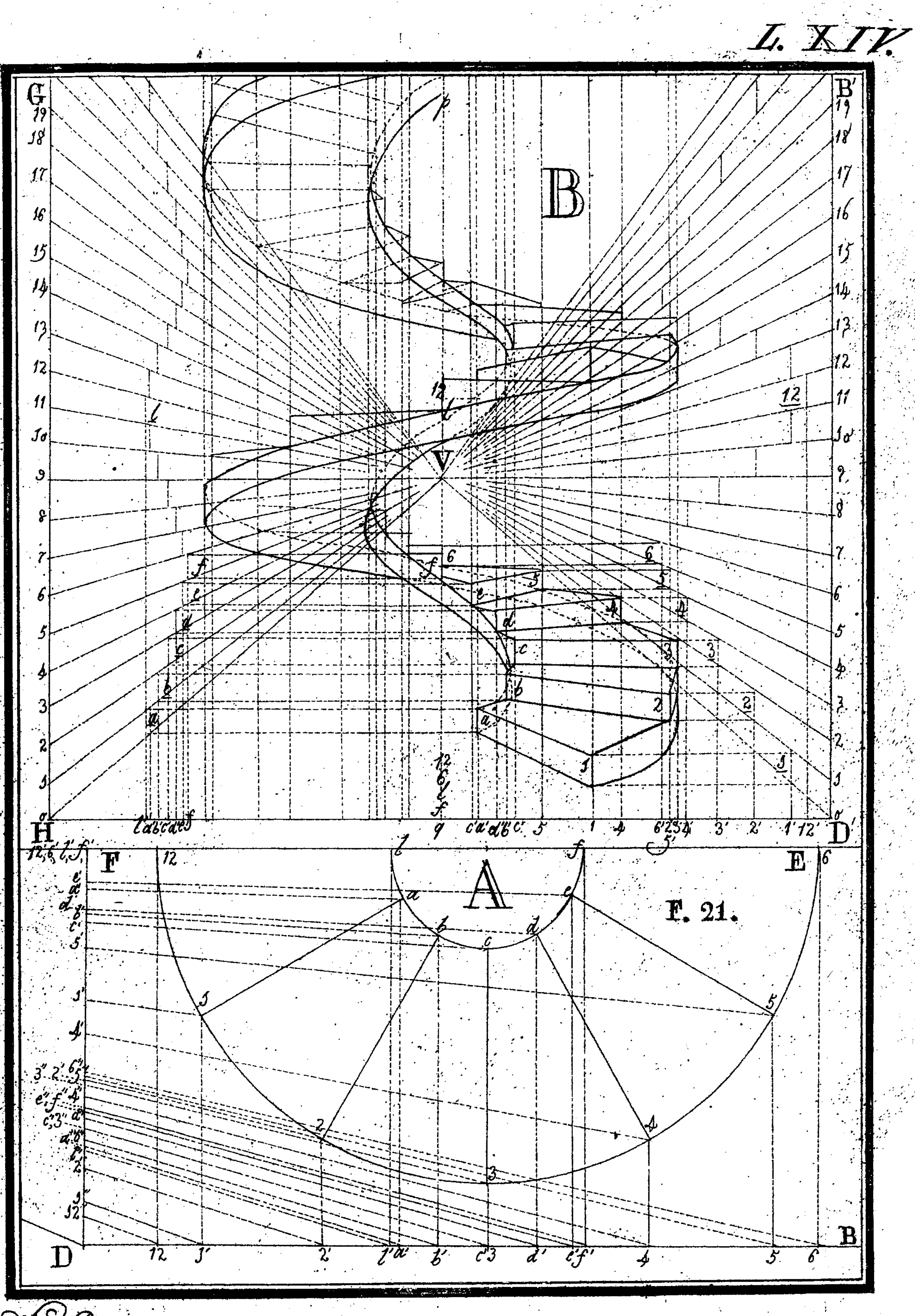
M. R.



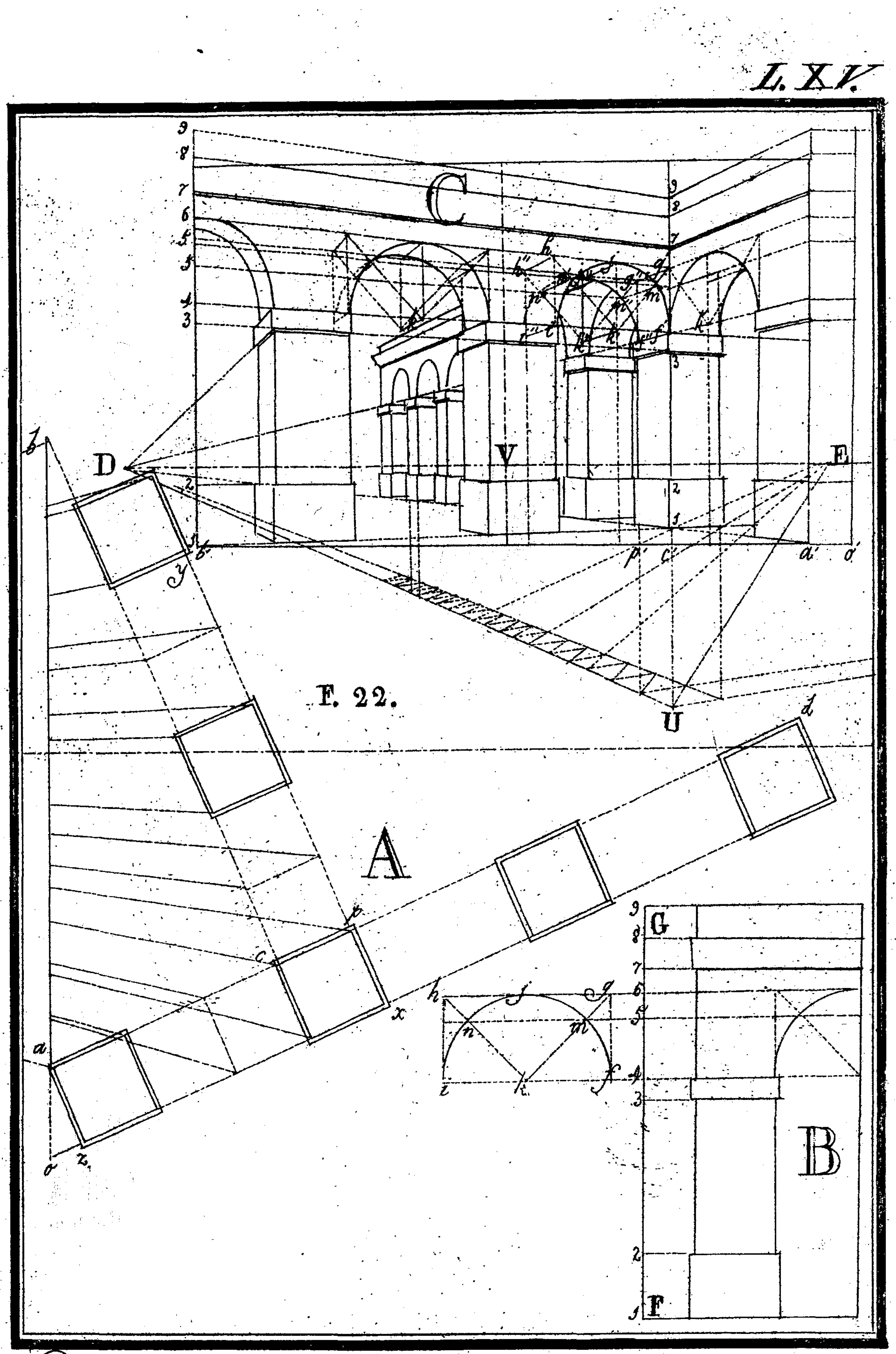
M.R.



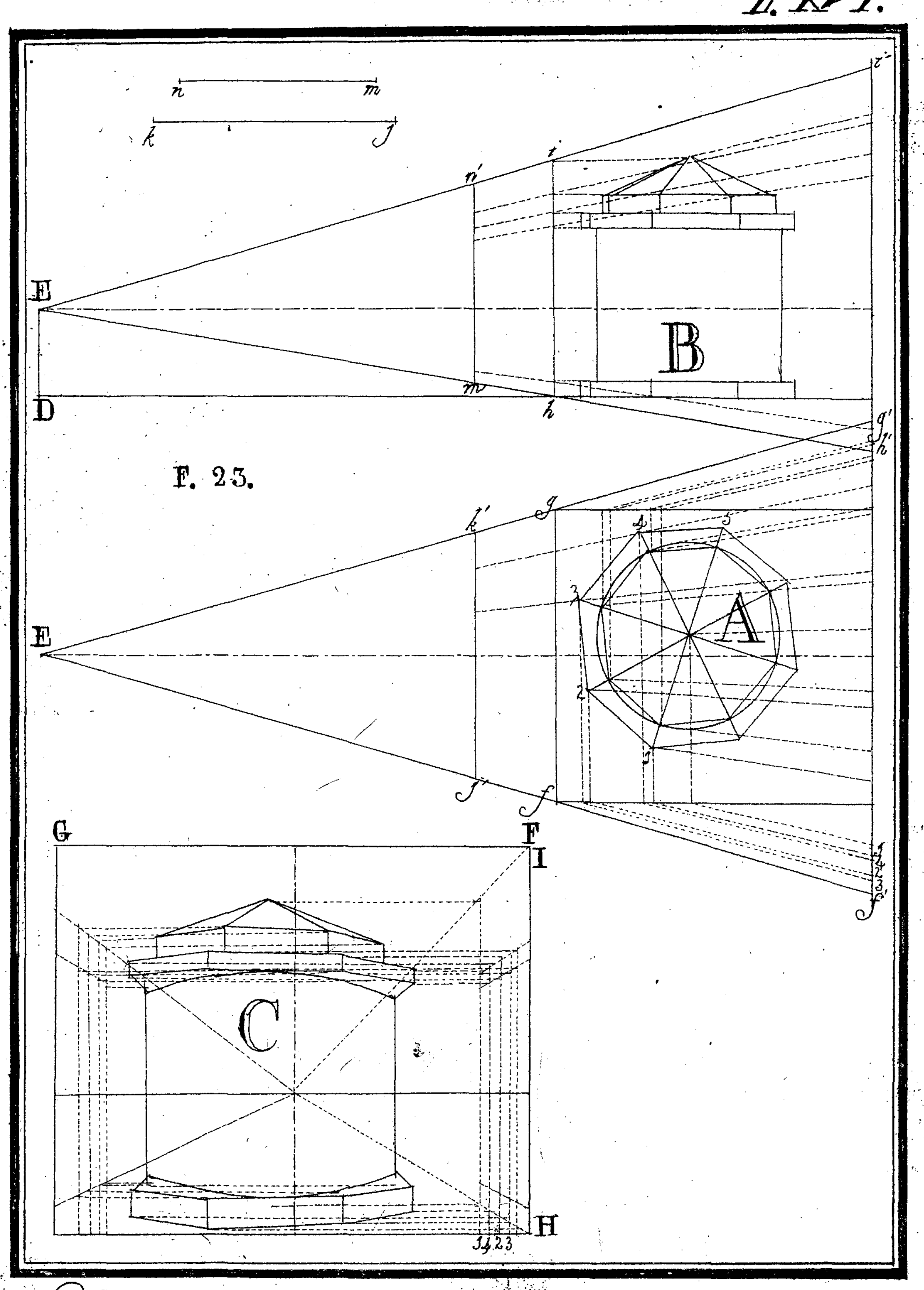
M. R.



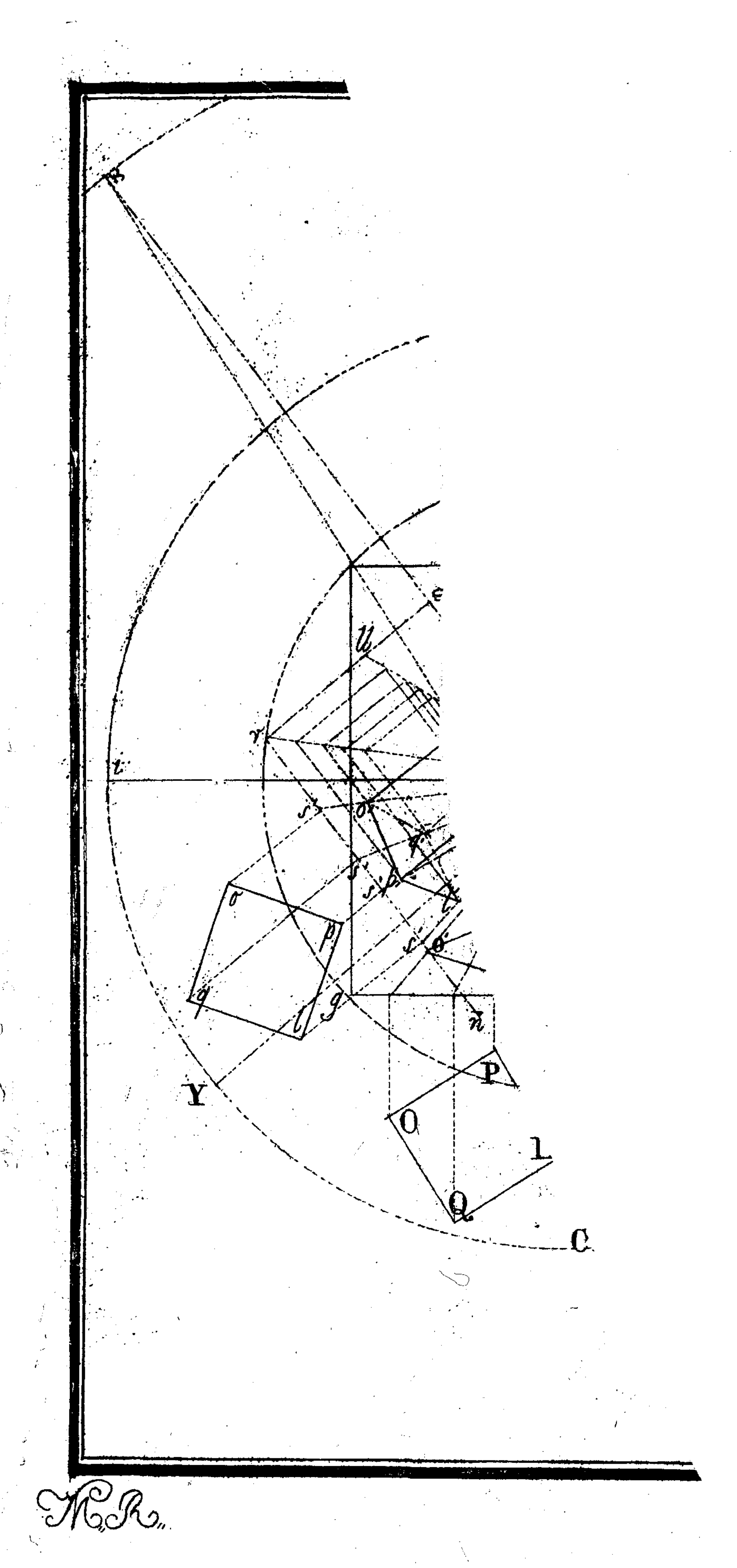
M. R.



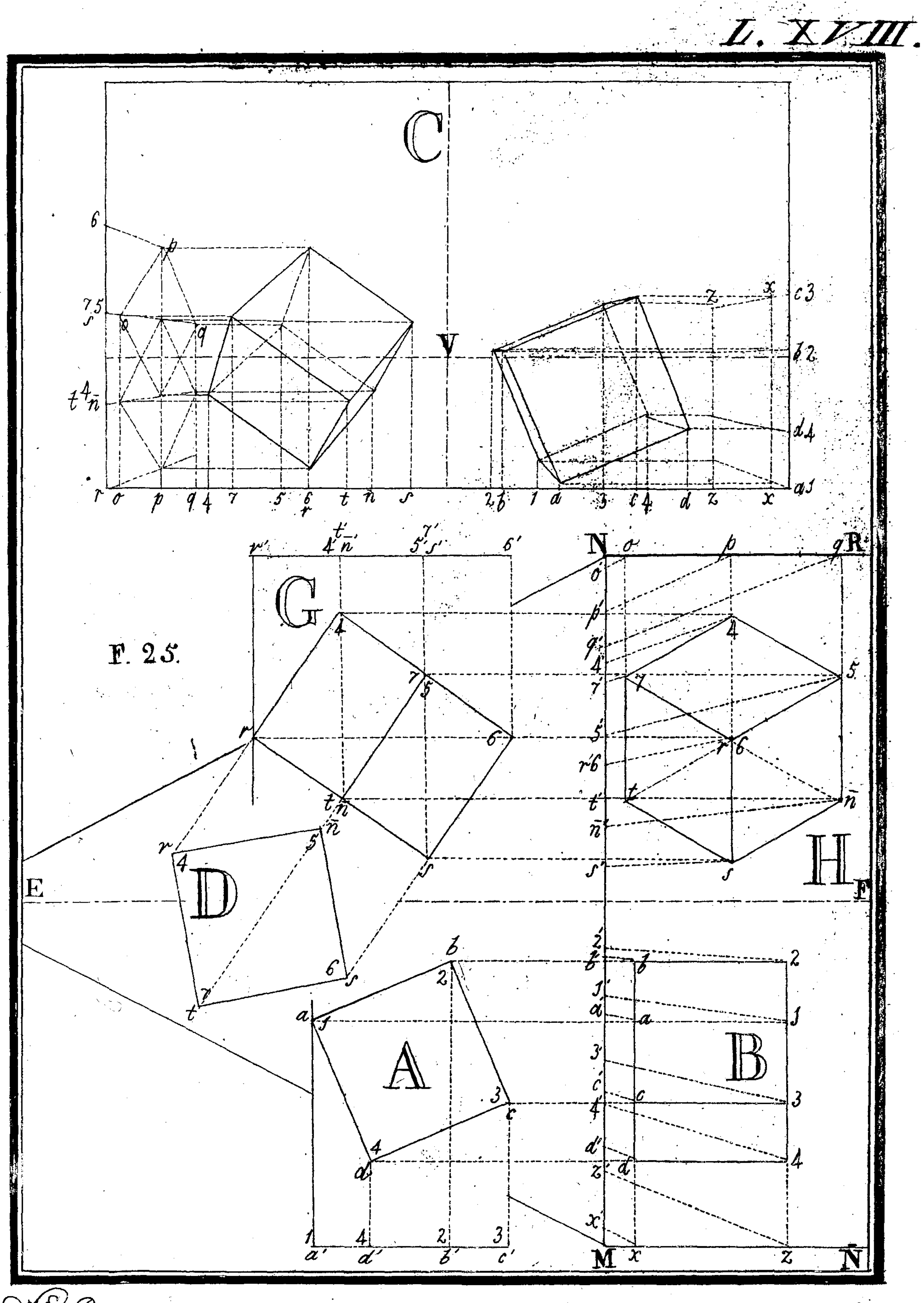
M R.



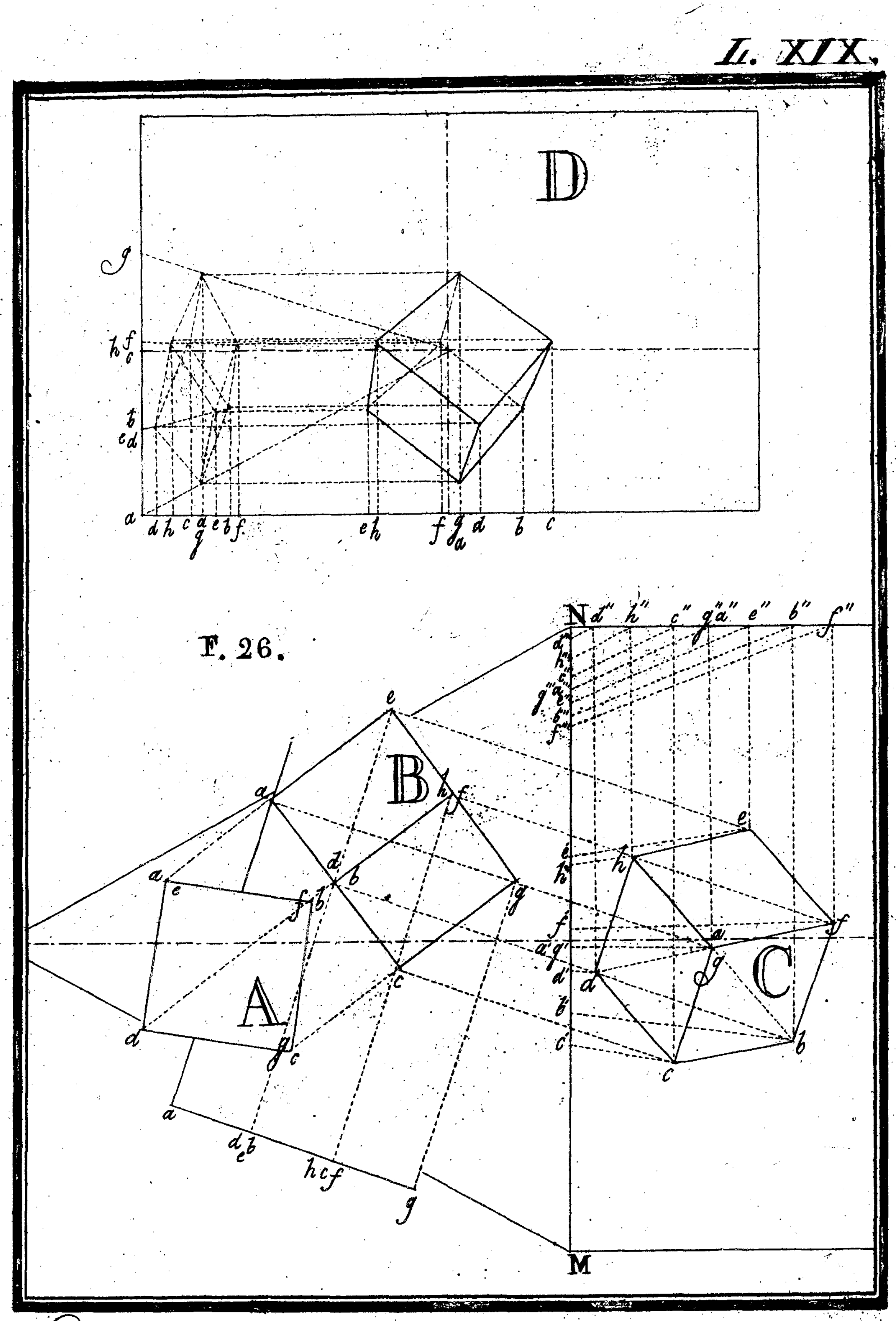
M.R.



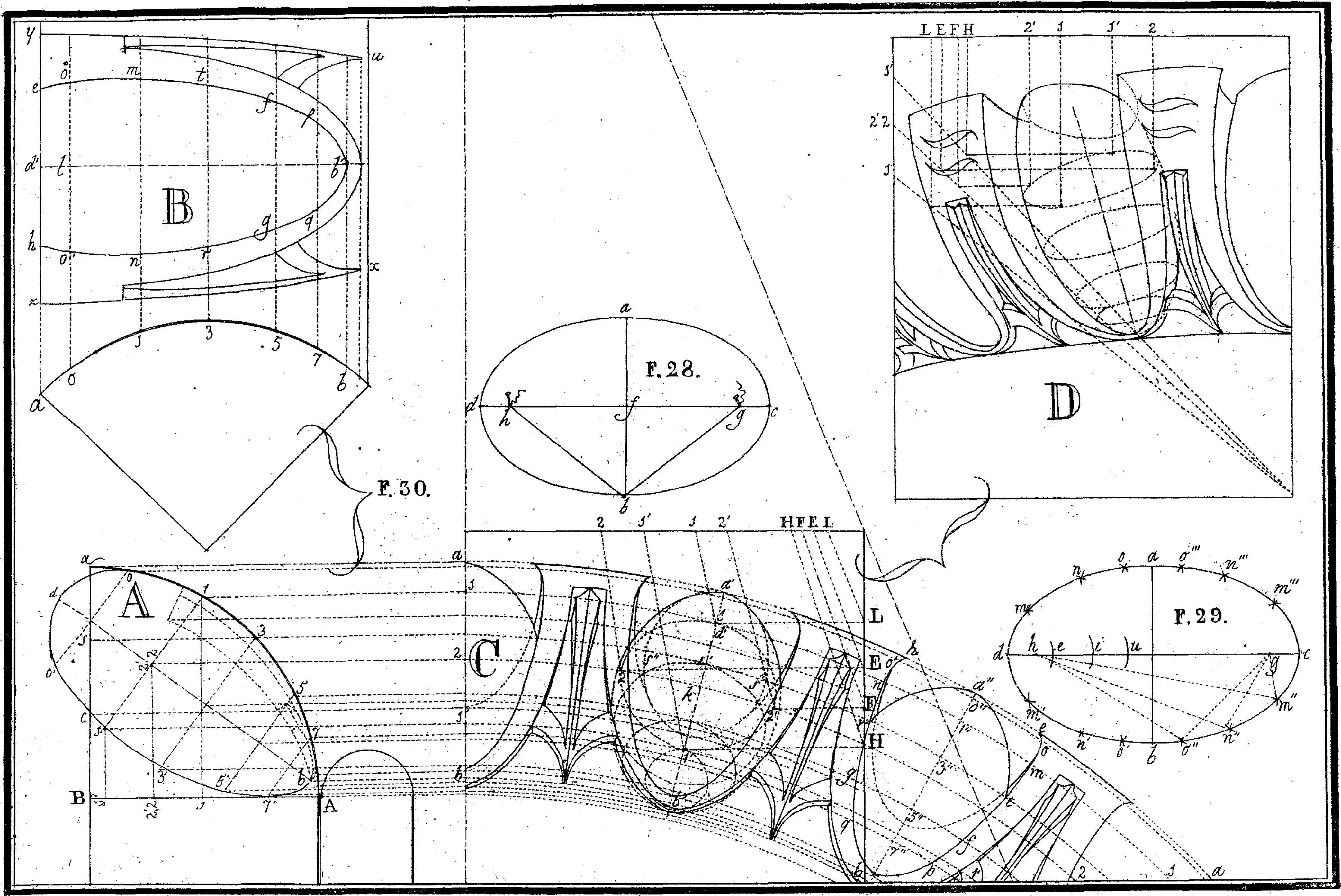
M. R.



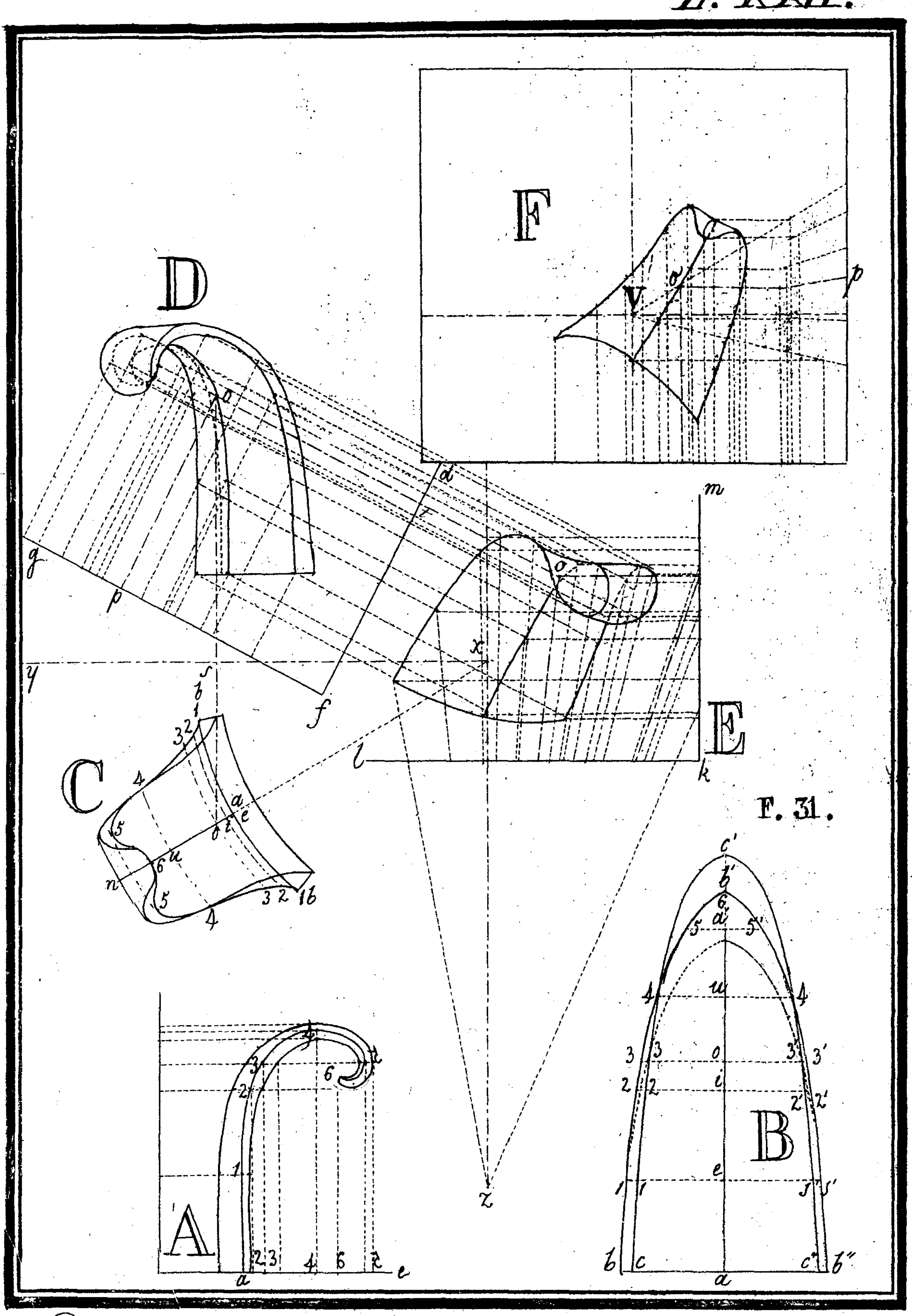
M. R.



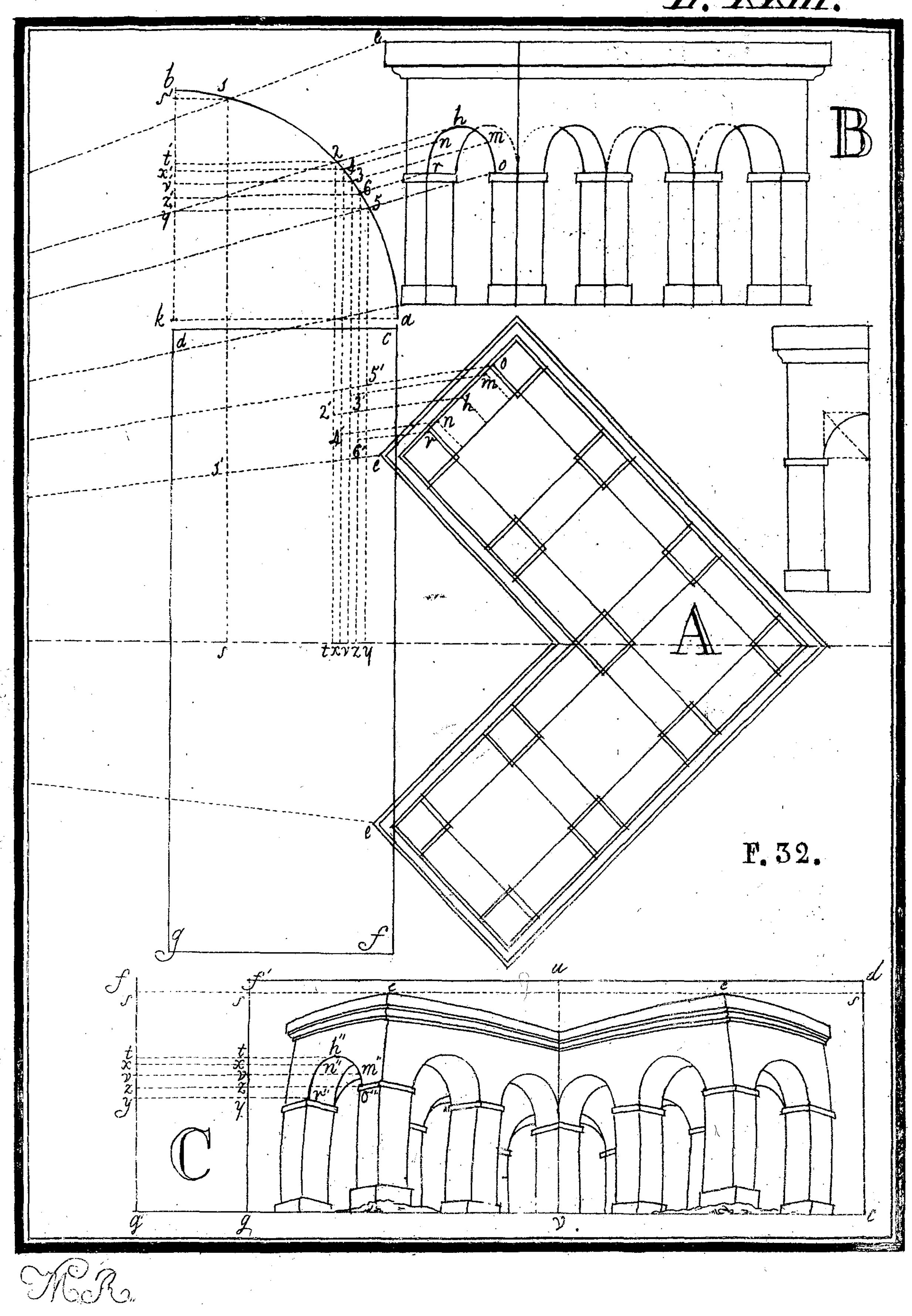
N.R.



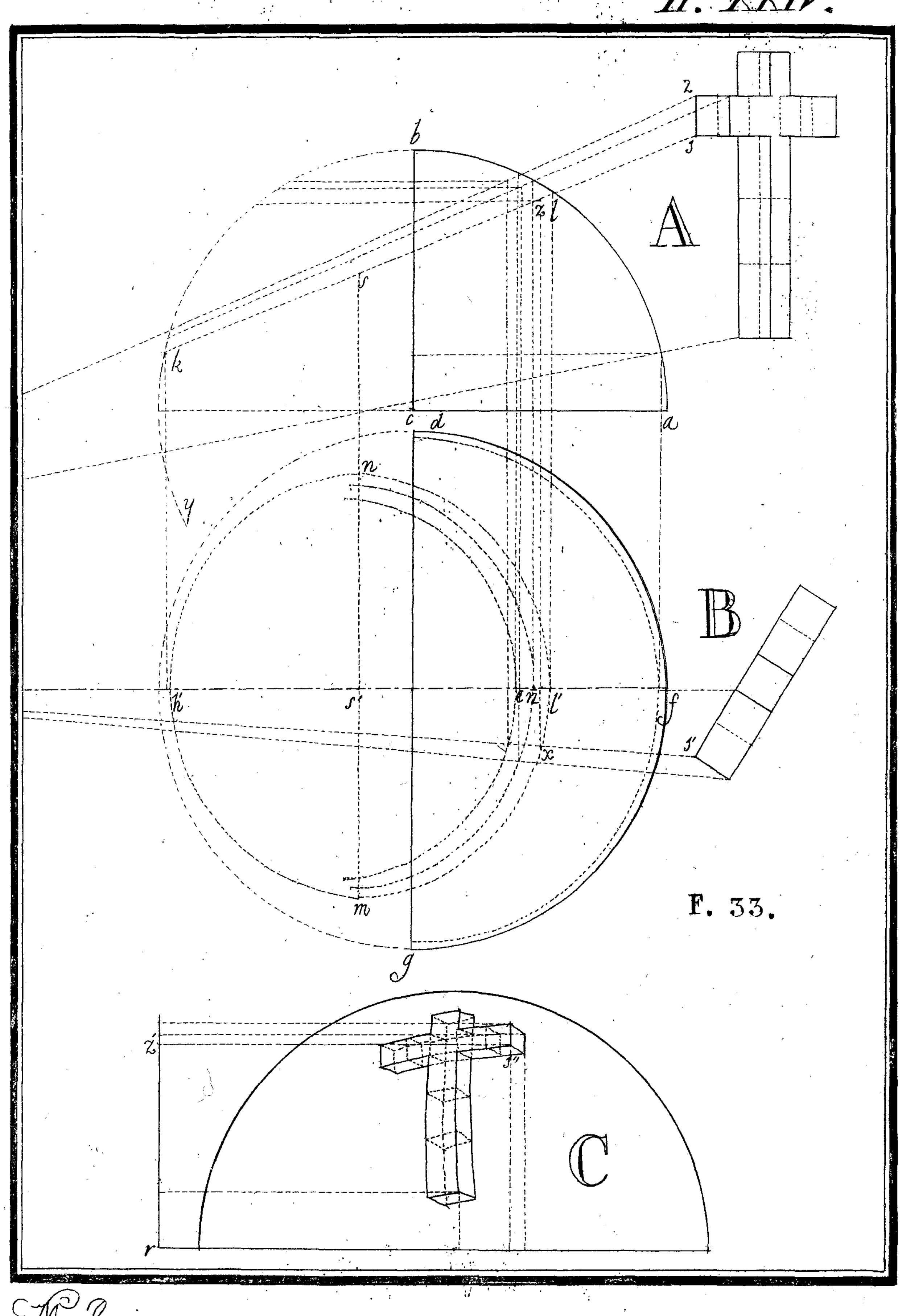
M. R.



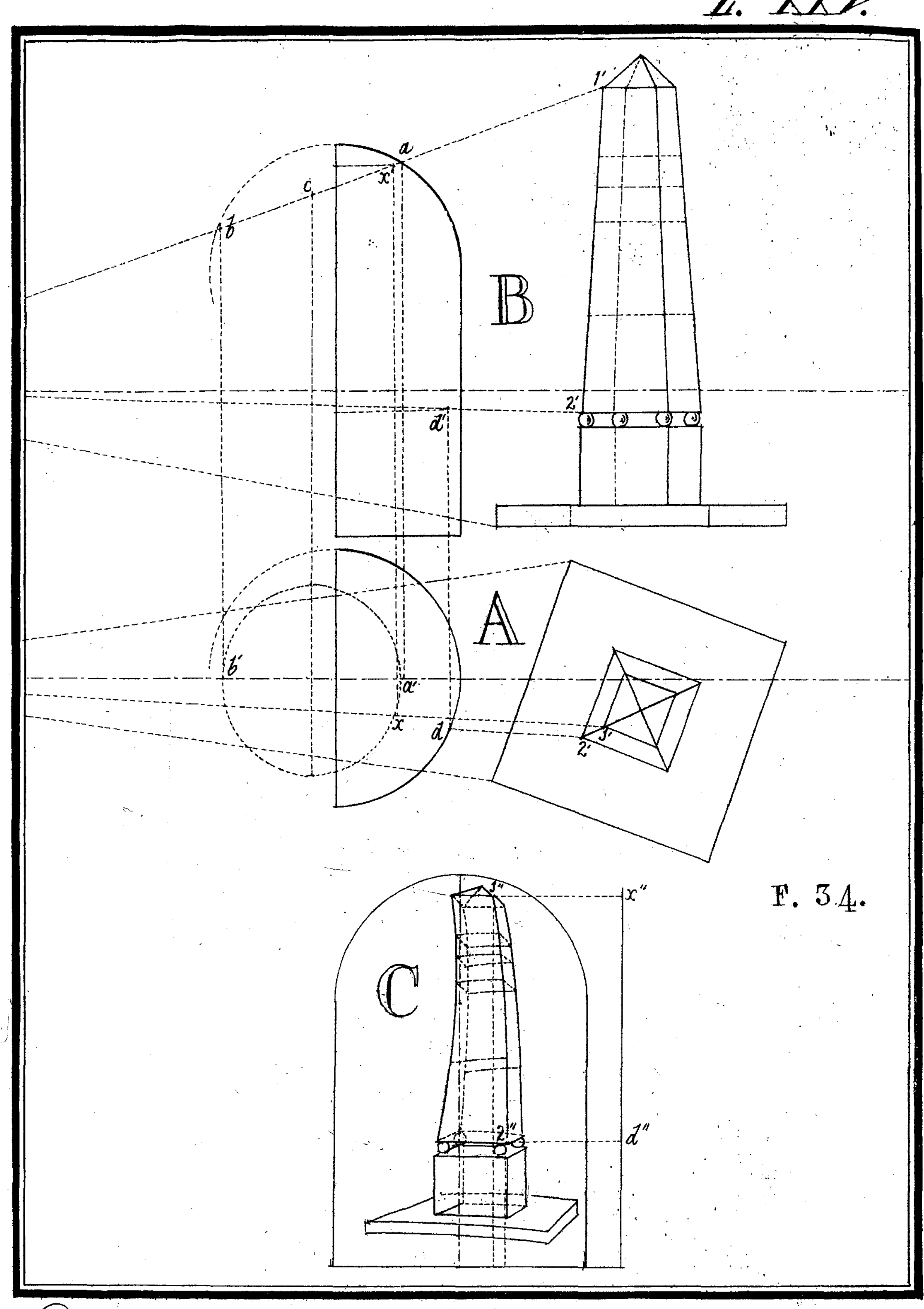
M. R.



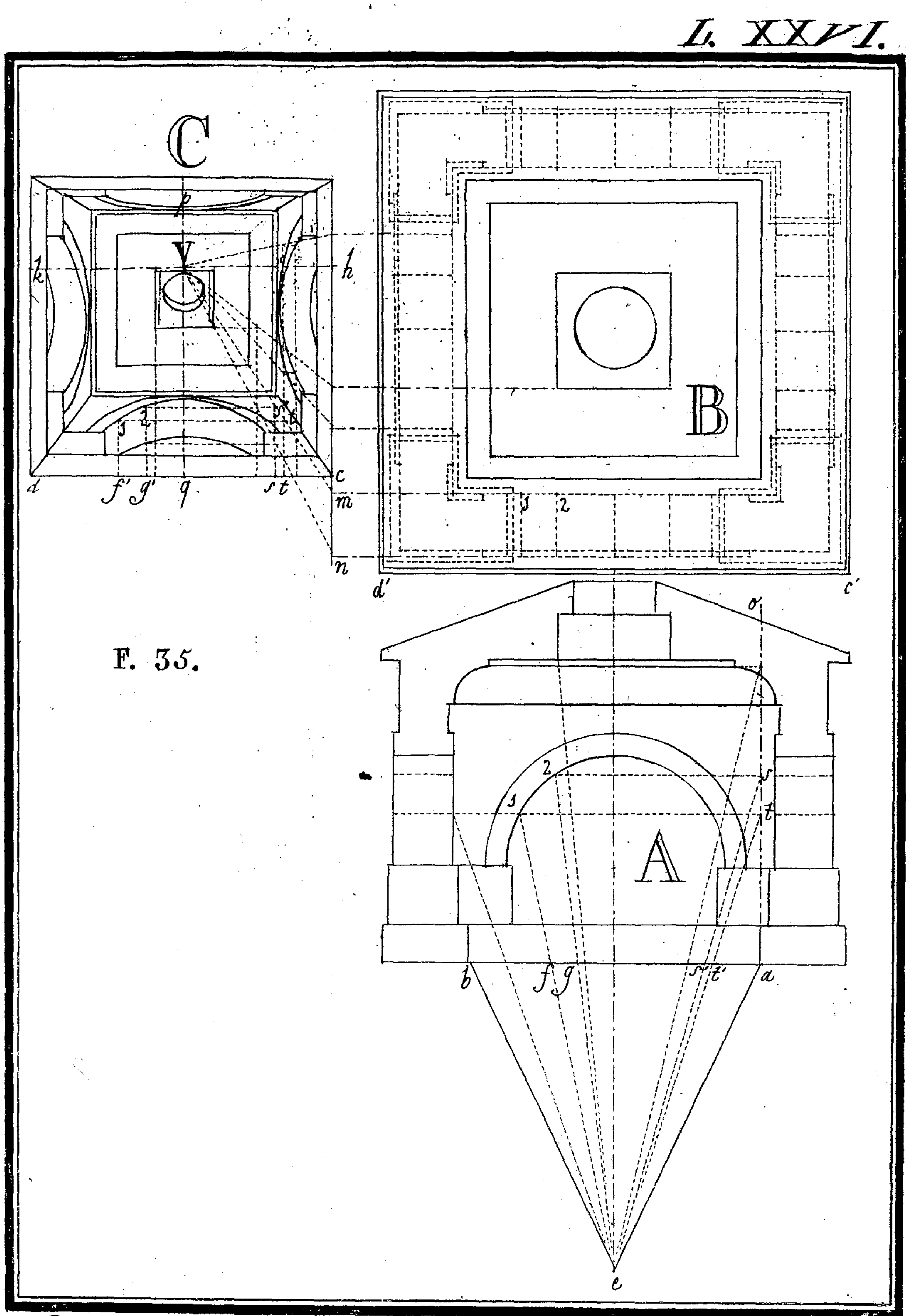
M. R.

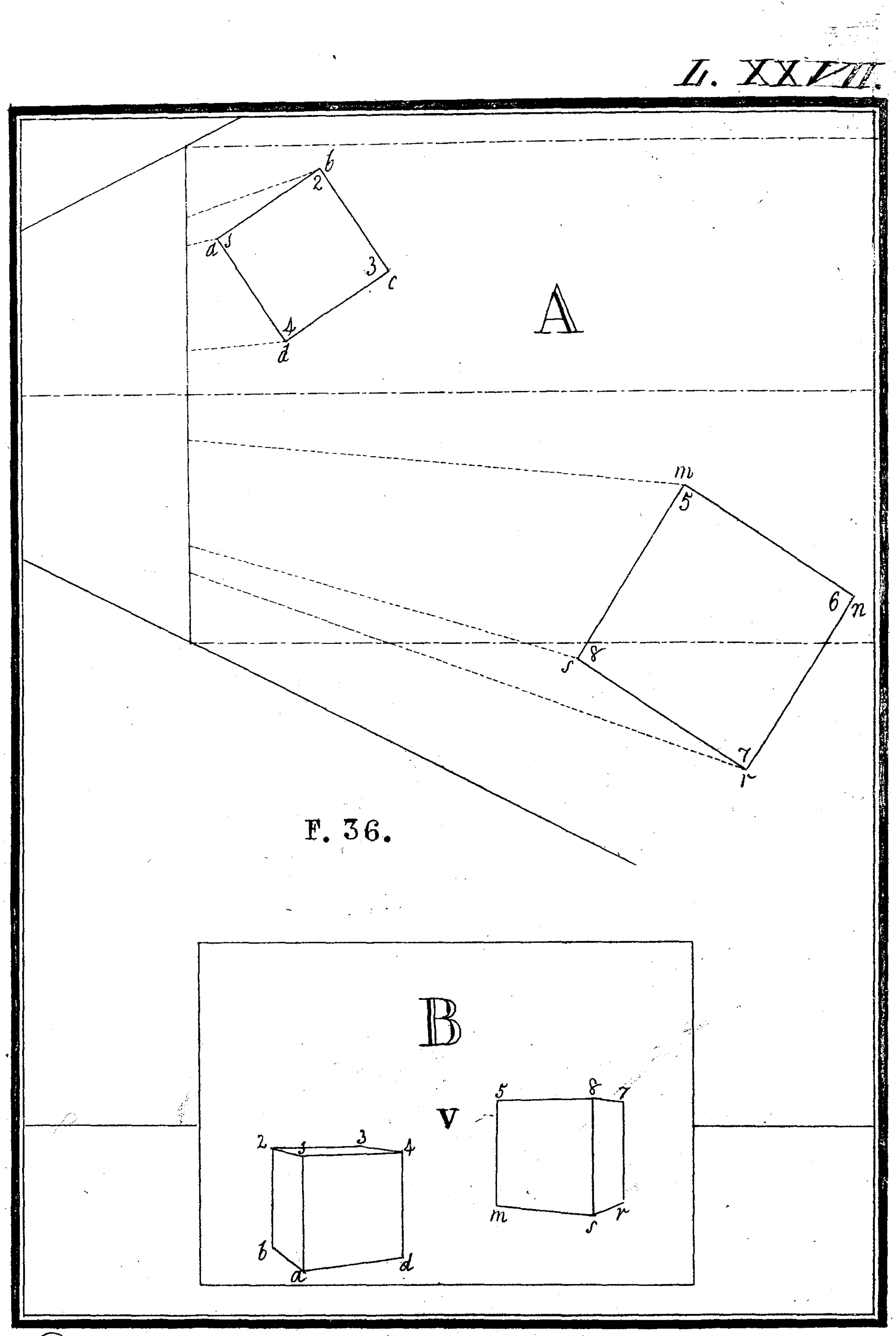


M. R.



M. R.


C
p
V
k
h
d
f' g' q s t
c
m
n
B
d'
c'
o
F. 35.
A
s
t
b
f g
s' t'
a
e
M.R.



F. 36.

N. R.